

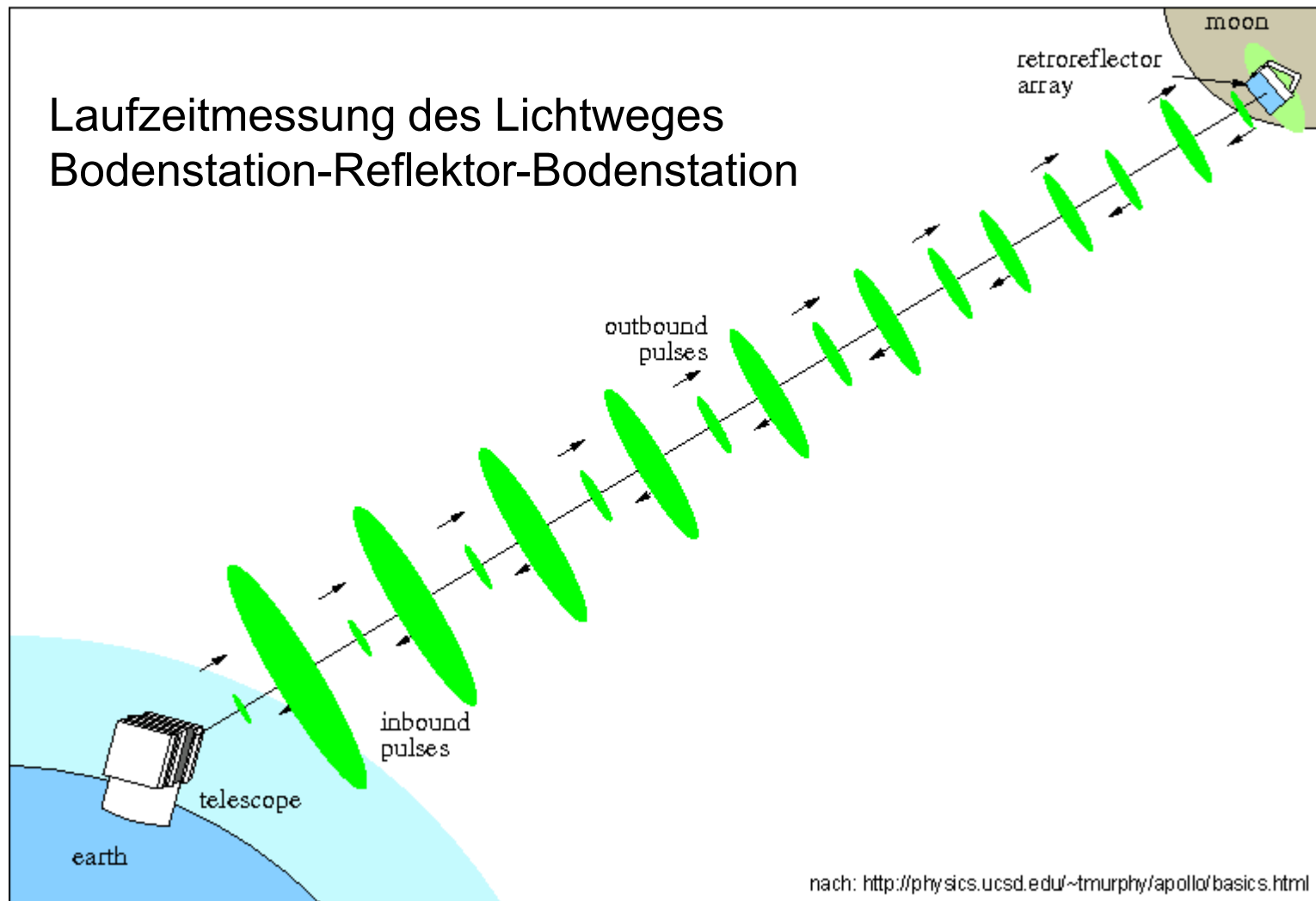
Der Mond als ausgedehnter Körper

Effekte der Planeten auf die Mondephemeride und
Reflektorkoordinaten



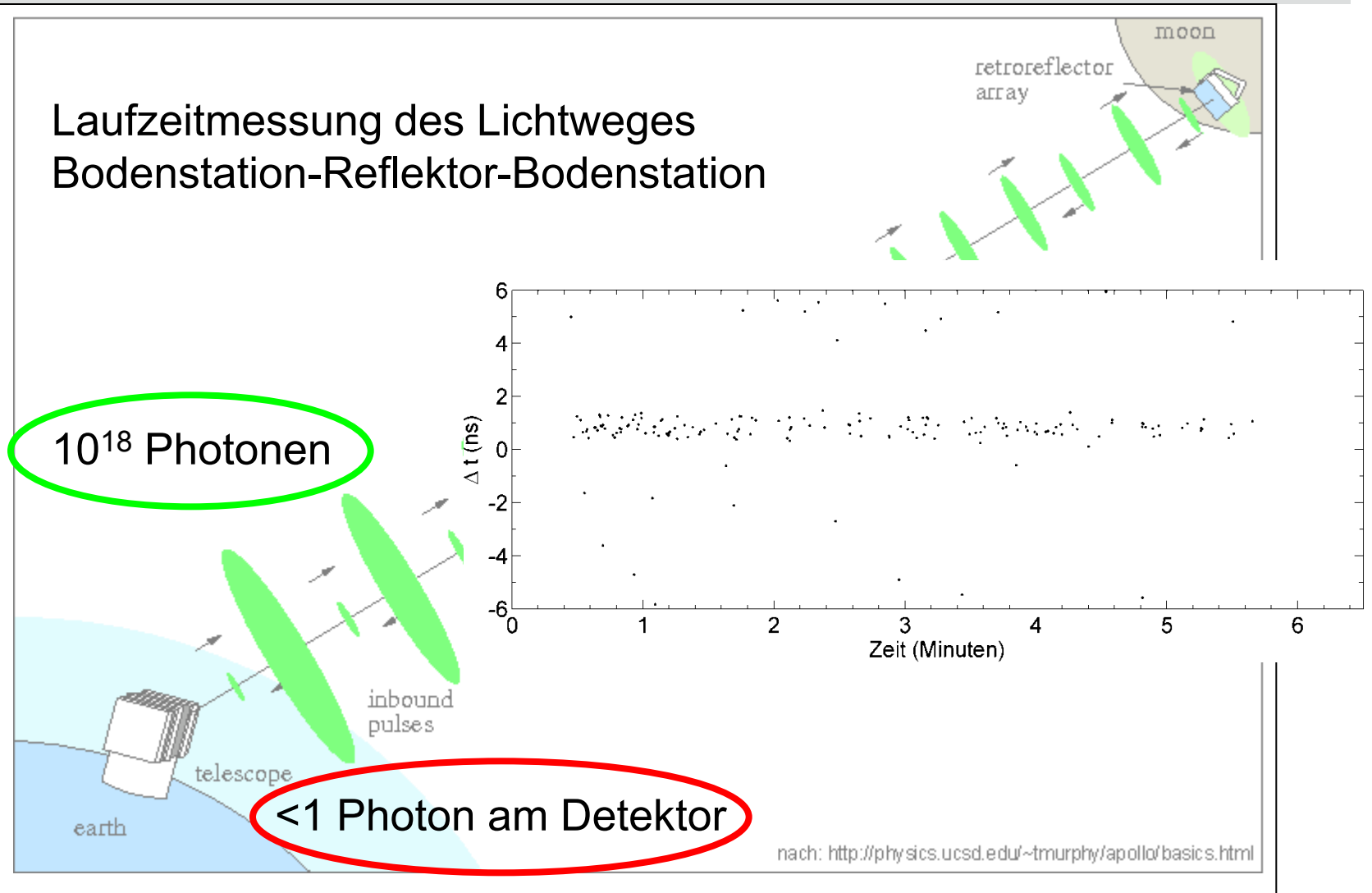
LLR - Prinzip

Laufzeitmessung des Lichtweges Bodenstation-Reflektor-Bodenstation

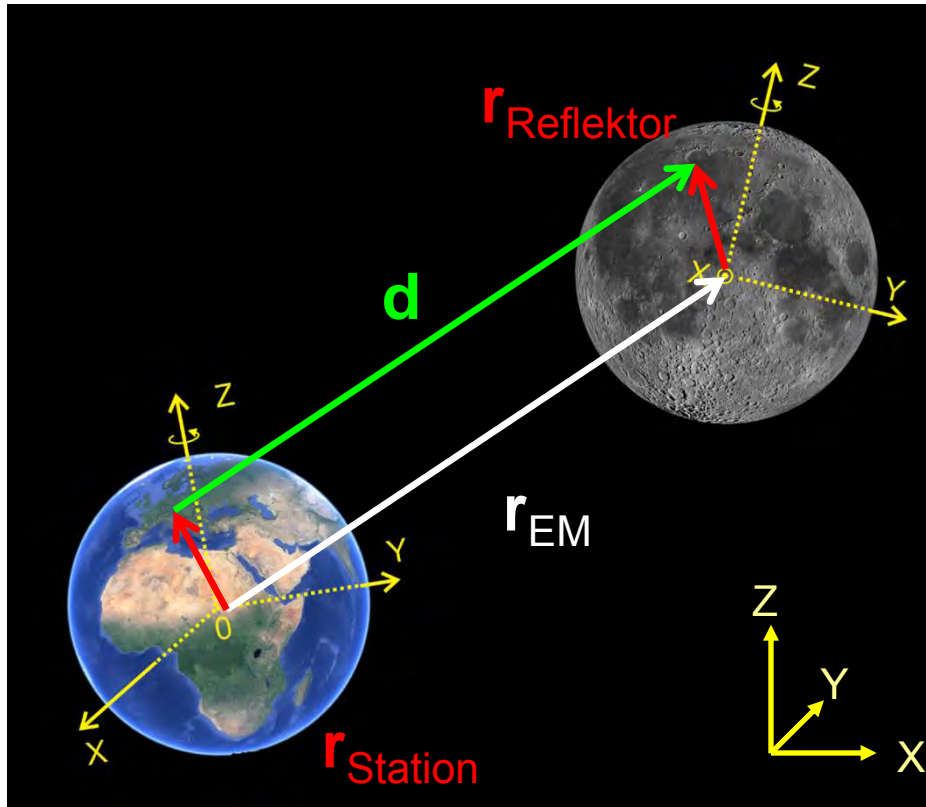


LLR - Prinzip

Laufzeitmessung des Lichtweges Bodenstation-Reflektor-Bodenstation



LLR - Prinzip



Entfernung Station – Reflektor:
(vereinfacht)

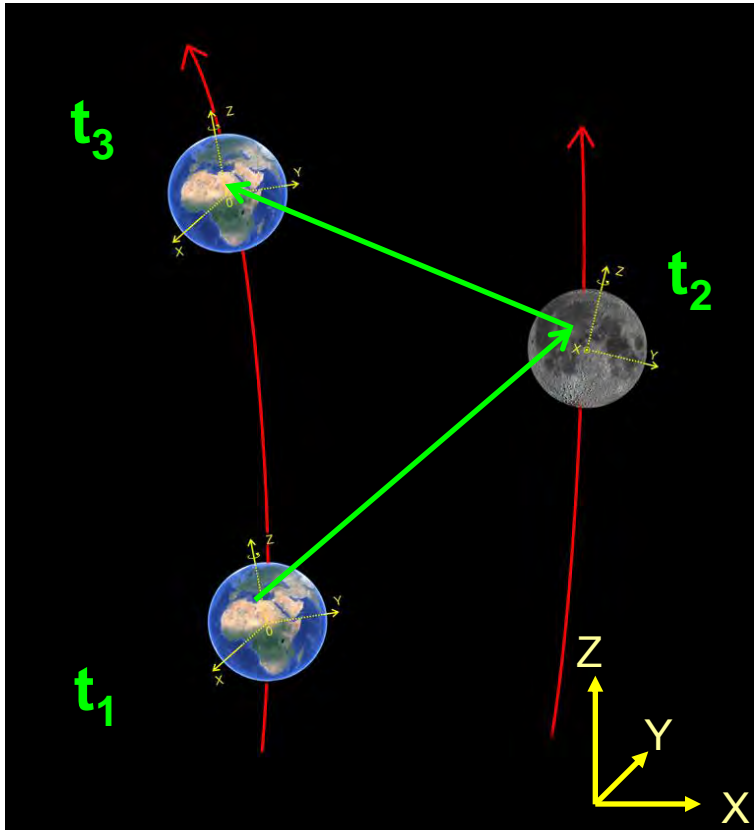
gemessen: $d \approx c \frac{\tau}{2}$

Modell:
$$d \approx \left| \mathbf{r}_{EM} - \mathbf{r}_{Station} + \mathbf{r}_{Reflektor} \right| + (\Delta\tau_{rel} + \Delta\tau_{atmo} + \Delta\tau_{syn} + \Delta\tau_{syst}) \frac{c}{2}$$

Auswertung in einem inertialen
(BCRS) ekliptikalen System (Zeit-,
Koordinatentransformationen)

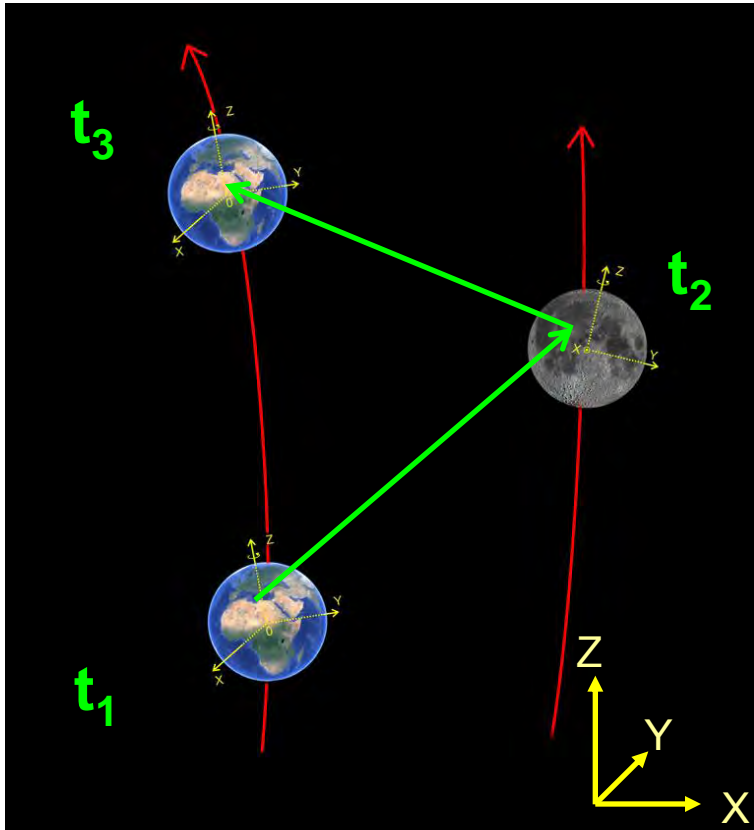
In Ausgleichung verschiedene Parameter aus „Modellgruppen“ schätzbar

LLR - Prinzip



- Erde/Mond bewegen sich während Messung
 - Genaue Position/Orientierung zu verschiedenen Zeitpunkten benötigt
 - Erde:
 - Position aus Ephemeride
 - Orientierung nach IERS Conv. 2010
 - Mond:
 - Position aus Ephemeride
 - Orientierung aus Ephemeride

LLR - Prinzip

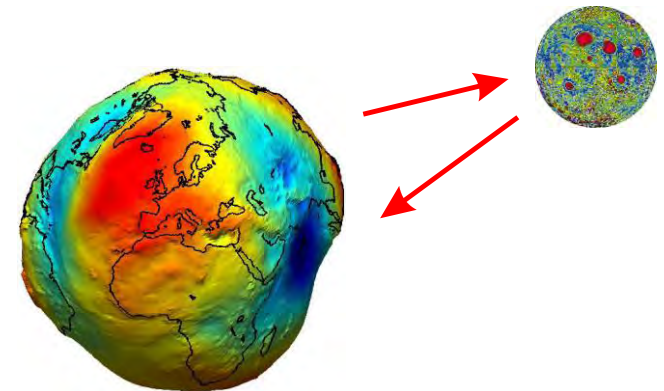


- Erde/Mond bewegen sich während Messung
 - Genaue Position/Orientierung zu verschiedenen Zeitpunkten benötigt
 - Erde:
 - Position aus Ephemeride
 - Orientierung nach IERS Conv. 2010
 - Mond:
 - Position aus Ephemeride
 - Orientierung aus Ephemeride

→ genaue Ephemeride ist Voraussetzung für die Auswertung

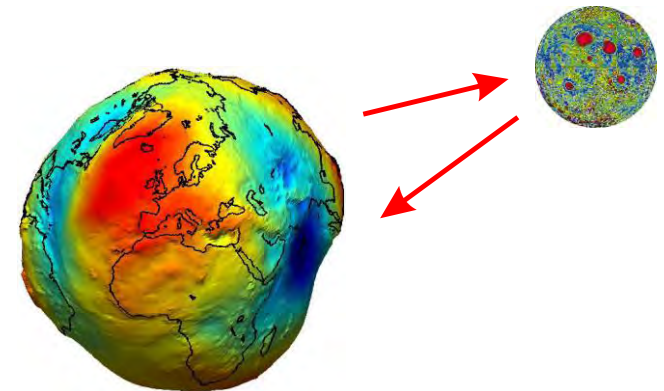
Ephemeridenrechnung

- Relativistische EIH-Bewegungsgleichungen für Punktmassen
 - Sonne, Mond, alle Planeten, Ceres, Vesta, Pallas (mehr im FOR1503 Ephemeridenprojekt)
 - Gezeitenbeschleunigung
- Simultane Integration der Mondrotation
 - Elastische/Dissipative Eigenschaften des Mondkörpers
 - Relativistische Drehmomente (geod. Präzession, Lense-Thirring)
- Figurenkräfte zwischen den Körpern
 - Erde Y_{2-4}^{0-4} \leftrightarrow Mond Y_0^0
 - Mond Y_{2-5}^{0-5} \leftrightarrow Erde Y_0^0
 - Erde Y_2^0 \leftrightarrow Sonne Y_0^0
 - Mond Y_2^{0-2} \leftrightarrow Sonne Y_0^0
 - Erde Y_2^{0-2} \leftrightarrow Mond Y_2^{0-2}
 - Sonne Y_2^0 \leftrightarrow Planeten Y_0^0



Ephemeridenrechnung

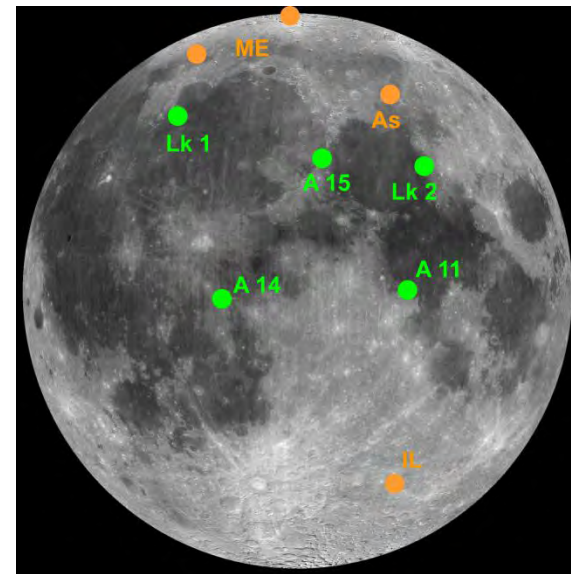
- Relativistische EIH-Bewegungsgleichungen für Punktmassen
 - Sonne, Mond, alle Planeten, Ceres, Vesta, Pallas (mehr im FOR1503 Ephemeridenprojekt)
 - Gezeitenbeschleunigung
- Simultane Integration der Mondrotation
 - Elastische/Dissipative Eigenschaften des Mondkörpers
 - Relativistische Drehmomente (geod. Präzession, Lense-Thirring)
- Figurenkräfte zwischen den Körpern
 - Erde Y_{2-4}^{0-4} \leftrightarrow Mond Y_0^0
 - Mond Y_{2-5}^{0-5} \leftrightarrow Erde Y_0^0
 - Erde Y_2^0 \leftrightarrow Sonne Y_0^0
 - Mond Y_2^{0-2} \leftrightarrow Sonne Y_0^0
 - Erde Y_2^{0-2} \leftrightarrow Mond Y_2^{0-2}
 - Sonne Y_2^0 \leftrightarrow Planeten Y_0^0



Effekt der Planeten auf Mond als ausgedehnter Körper?

Ephemeride - Genauigkeit

- Neue Einzelprisma-Reflektoren, z.B. LLRRA-21
 - Keine Mehrdeutigkeiten bei der Reflexion des Laserpulses (Reflektorneigung durch Libration)
 - Kürzere Laserpulse möglich
 - mm-genaue Messungen im Bereich des Möglichen
- → Effekte in Ephemeride sollten kleiner als 1mm sein (0.1 mm)



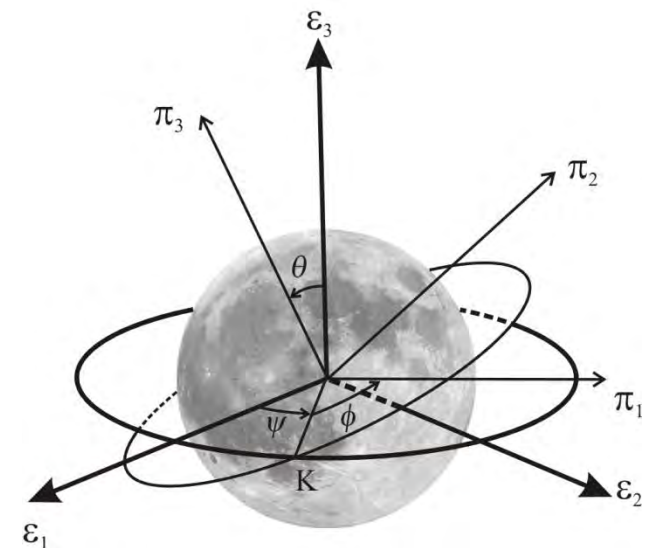
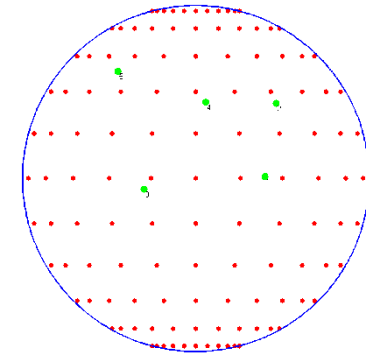
Zusätzliche Kräfte auf Mond

- Zusätzliche Figurenkräfte:

- Sonne $Y_0^0 \rightarrow \text{Mond } Y_3^{0-3}$
- Planeten $Y_0^0 \rightarrow \text{Mond } Y_2^{0-2}$

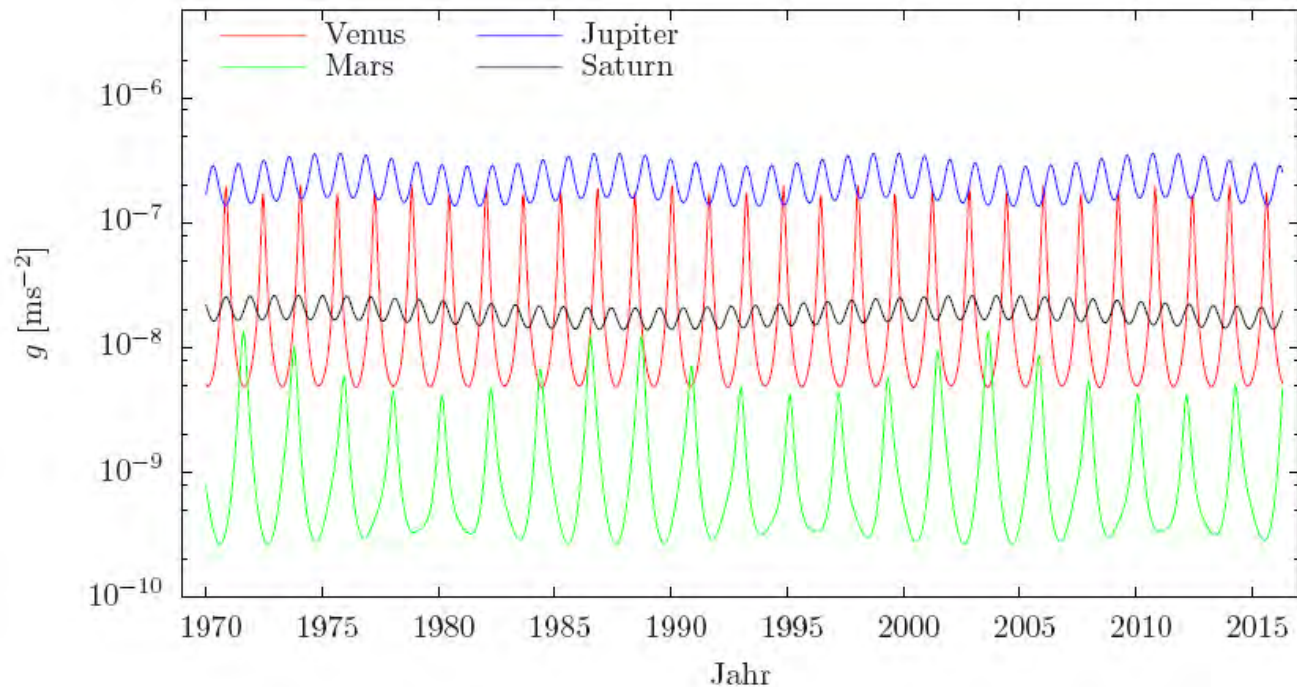
- Vergleich zwischen 2 Ephemeriden

- Über 46 Jahre (1969-2015)
- Gleiche Anfangsbedingungen
- Änderung in Translation über geozentrische Mondsdistanz $|\Delta X_{EM}|$
- Änderung in Rotation über max. Koordinatendifferenzen eines lunaren Testnetzes $|\Delta X_{Eul,max}|$ (mit Eulerwinkel ins Ekliptiksystem transformiert)



Zusätzliche Kräfte auf Mond

- Gravitationsbeschleunigung durch Planeten (GM/r^2) an Mondposition
 - Jupiter: „konstant“
 - Venus: 2:3 Resonanz mit Erde

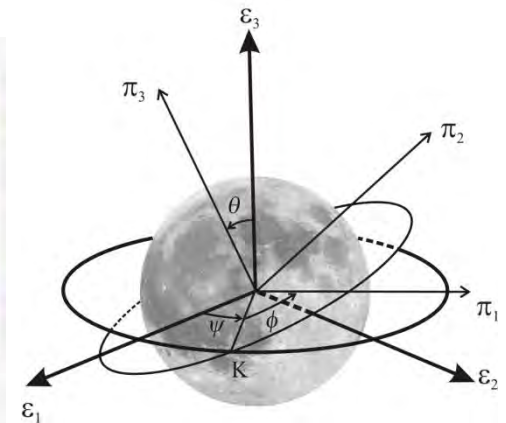
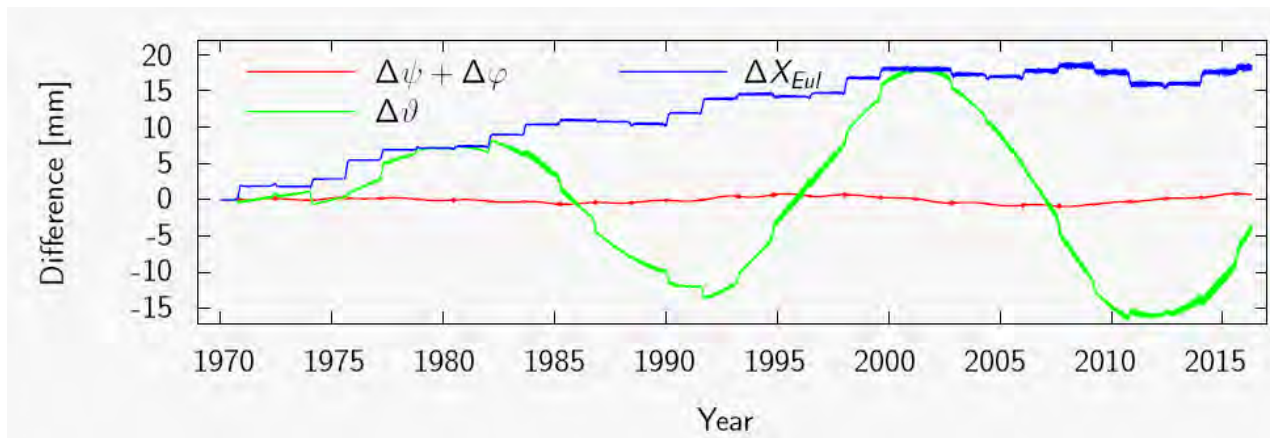


Zusätzliche Kräfte auf Mond

- Maximale Effekte auf Mondephemeride (Planeten auf Grad / Ordnung 2, Sonne auf Grad / Ordnung 3)

	Mercury	Venus	Mars	Jupiter	Saturn	Uranus	Sun
ΔX_{EM} [mm]	< 0.01	0.02	< 0.01	0.14	0.01	0.02	0.31
$\Delta X_{Eul,max}$ [mm]	0.15	18.8	0.46	3.7	0.32	0.02	0.64

- Effekt von Venus auf Eulerwinkel (skaliert mit R_{Mond}) und Koordinatendifferenzen des Testnetzes $|\Delta X_{Eul}|$

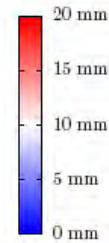
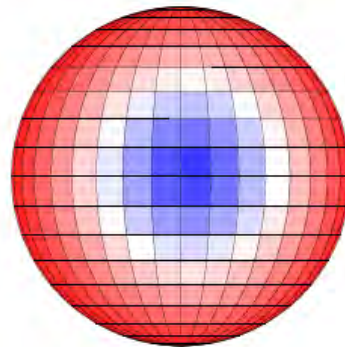


Venuseffekt auf Rotation

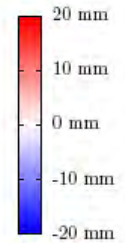
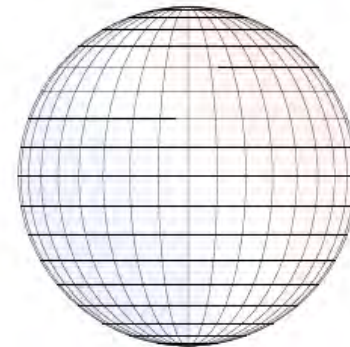
- Ist ekliptikale Koordinatenänderung der Testnetzpunkte auch für Abstand zum Reflektor relevant?

max. Koordinaten-
änderung $|\Delta X_{\text{Eul,max}}|$

$$|\Delta X_{\text{Eul,max}}|$$

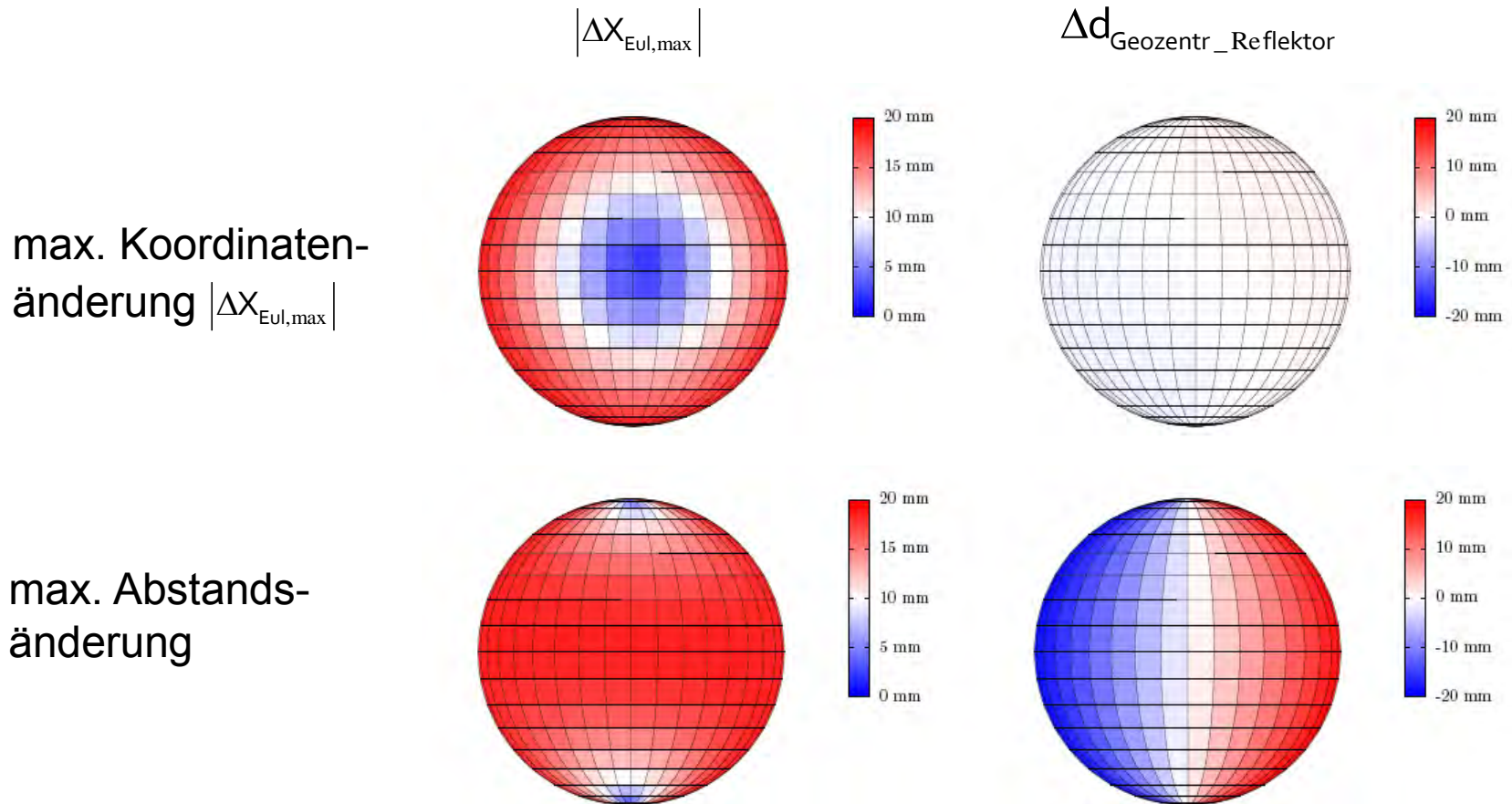


$$\Delta d_{\text{Geozentr_Reflektor}}$$



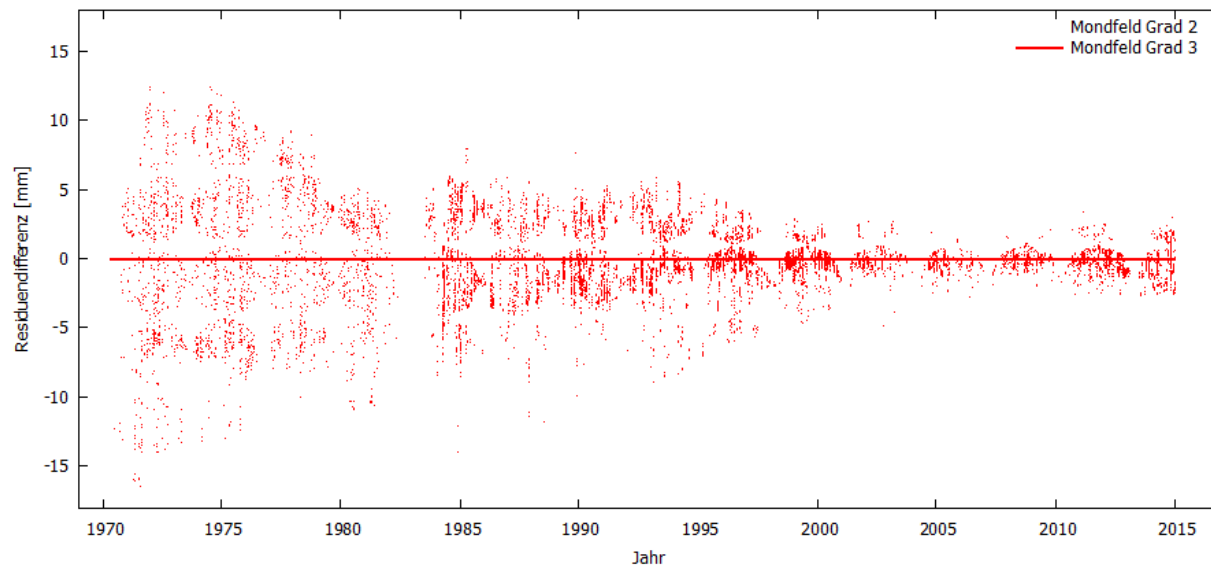
Venuseffekt auf Mondrotation

- Ist ekliptikale Koordinatenänderung der Testnetzpunkte auch für Abstand zum Reflektor relevant?



Effekt auf Residuen und Reflektorkoordinaten

- Änderungen in Ephemeride beeinflussen alle Parameter
- Auswirkungen auf Residuen sehr klein (im Mittel 0.1 mm kleiner)
- Eliminierung eines „Modellierungsrauschens“ mit wrms ~1 mm



Effekt auf Residuen und Reflektorkoordinaten

- Änderungen in Ephemeride beeinflussen alle Parameter
- Auswirkungen auf Residuen sehr klein (im Mittel 0.1 mm kleiner)
- Eliminierung eines „Modellierungsrauschens“ mit wrms ~1 mm
- Verschiebung der geschätzten Reflektorkoordinaten im mm-Bereich:

	Sonne	Merkur	Venus	Mars	Jupiter	Saturn	kombiniert
$ \Delta \mathbf{x}_{Ref} $ [mm]	0.85	0.05	6.10	0.20	2.73	0.26	4.13

Zusammenfassung

- Ephemeridenmodell der Mondbewegung erweitert

$$\begin{array}{l} \text{Sonne} \quad Y_0^0 \rightarrow \text{Mond} \quad Y_3^{0-3} \\ \text{Planeten} \quad Y_0^0 \rightarrow \text{Mond} \quad Y_2^{0-2} \end{array}$$

- Größter Effekt durch Venus
 - Mondrotation stärker beeinflusst als –translation
 - Mondrotation: bis zu ~ 18 mm an Mondoberfläche
 - Effekt auf geschätzte Reflektorkoordinaten im mm-Bereich
- Für 0.1mm Ephemeridenpräzision: Sonne bis Saturn berücksichtigen
- Kopplung mit höheren Graden evtl. bei Langzeitephemeriden
- Erde: Grad 2 Kopplung mit Venus berücksichtigen (Translation)