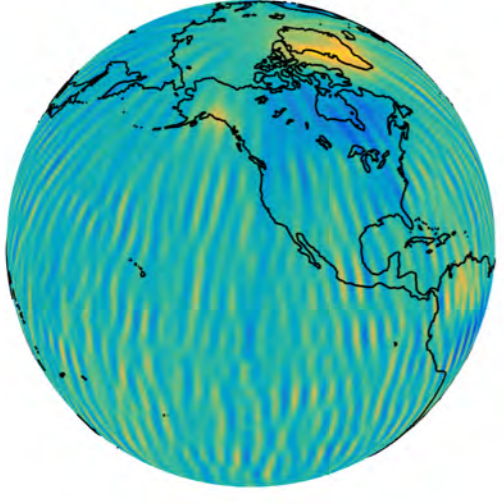


# Untersuchung von Schweredifferenzen durch Punktmassenmodellierung anhand der GRACE-Schwerfelddaten eines Gletschergebietes

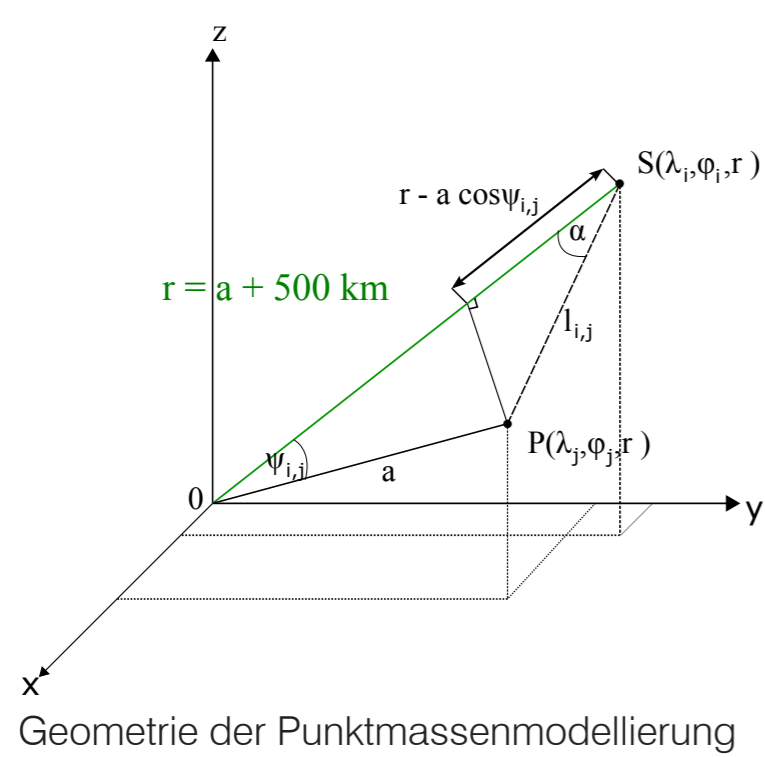


Peter Hurt  
Geodätisches Institut, Universität Stuttgart

PETER.HURT@AOL.DE



## 1. Punktmassenmodellierung



Zuordnung von Gravitationsänderungen bzw. Schwereänderungen im Raum zu individuellen Punktmassenänderungen auf der Erde.

$$\delta g_{i,j} = G \sum_{j=1}^p \delta m_j \frac{r_i - a \cos \psi_{i,j}}{(a^2 + r_i^2 - 2ar_i \cos \psi_{i,j})^{3/2}}$$

Funktionales Modell - Punktmassenschätzung

## 2. Regularisierung

$$\delta g_i = -\frac{GM}{r^2} \sum_{l=0}^L (l+1)(1+k_l) \left(\frac{a}{r}\right)^l \sum_{m=0}^l \bar{P}_{lm}(\sin \phi_i) (\Delta \bar{c}_{lm} \cos m\lambda_i + \Delta \bar{s}_{lm} \sin m\lambda_i)$$

$$= G \sum_{j=1}^p \frac{r_i - a \cos \psi_{i,j}}{(a^2 + r_i^2 - 2ar_i \cos \psi_{i,j})^{3/2}} \delta m_j, i = 1, \dots, s$$

mit  $r = 6378.1363 \text{ km}$   
 $a = r + 500 \text{ km}$   
 $GM = 6.67259 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$

$\bar{P}_{lm}(\sin \phi) \dots$   $4\pi$  normalisierte Legendrefunktion der 1. Ordnung  
 $\Delta \bar{c}_{lm}, \Delta \bar{s}_{lm} \dots$  (sekulare) Änderungen der sphärisch harmonischen Koeffizienten

Funktionales Modell

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{y}$$

Methode kleinster Quadrate

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{y}$$

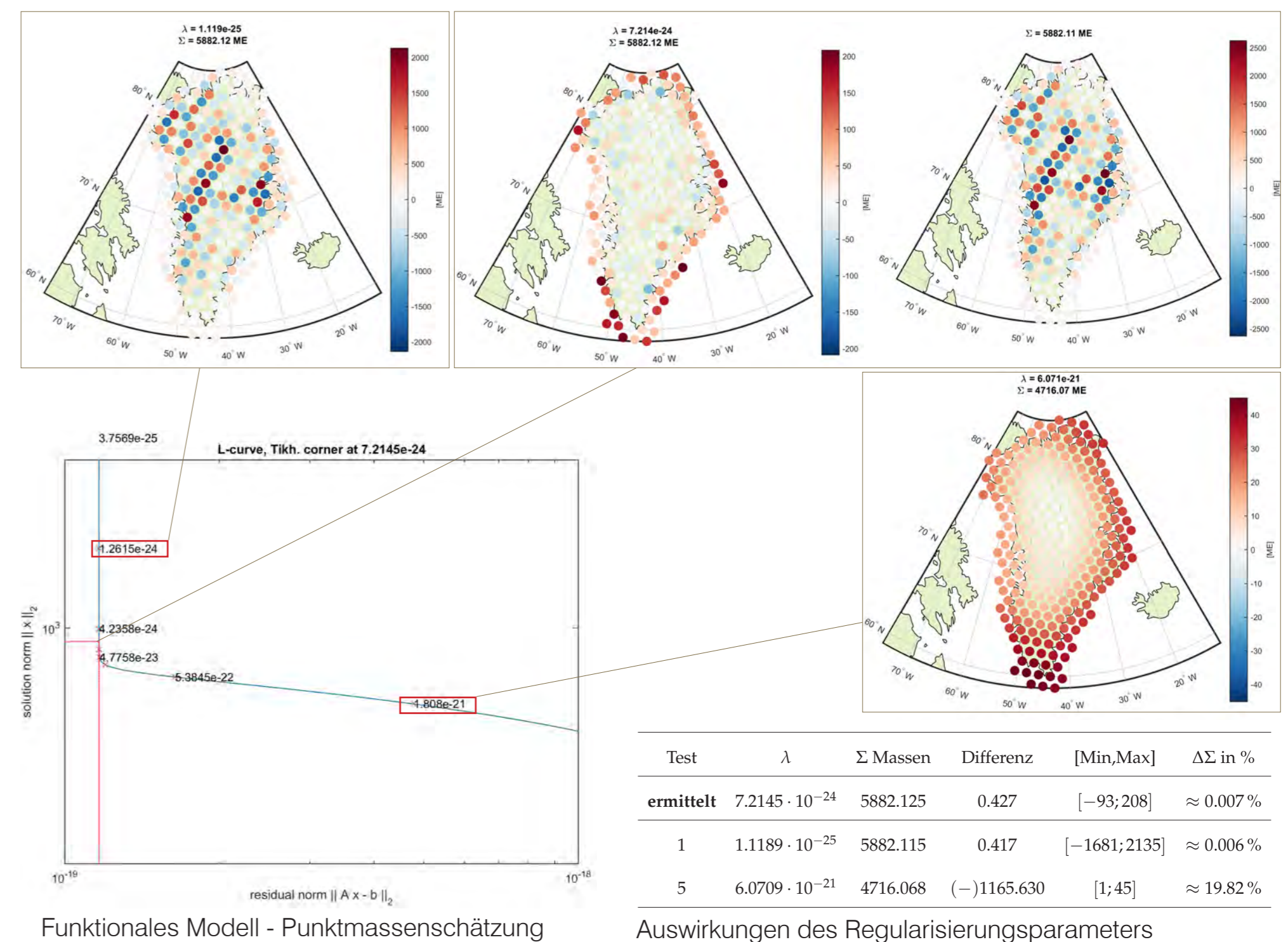
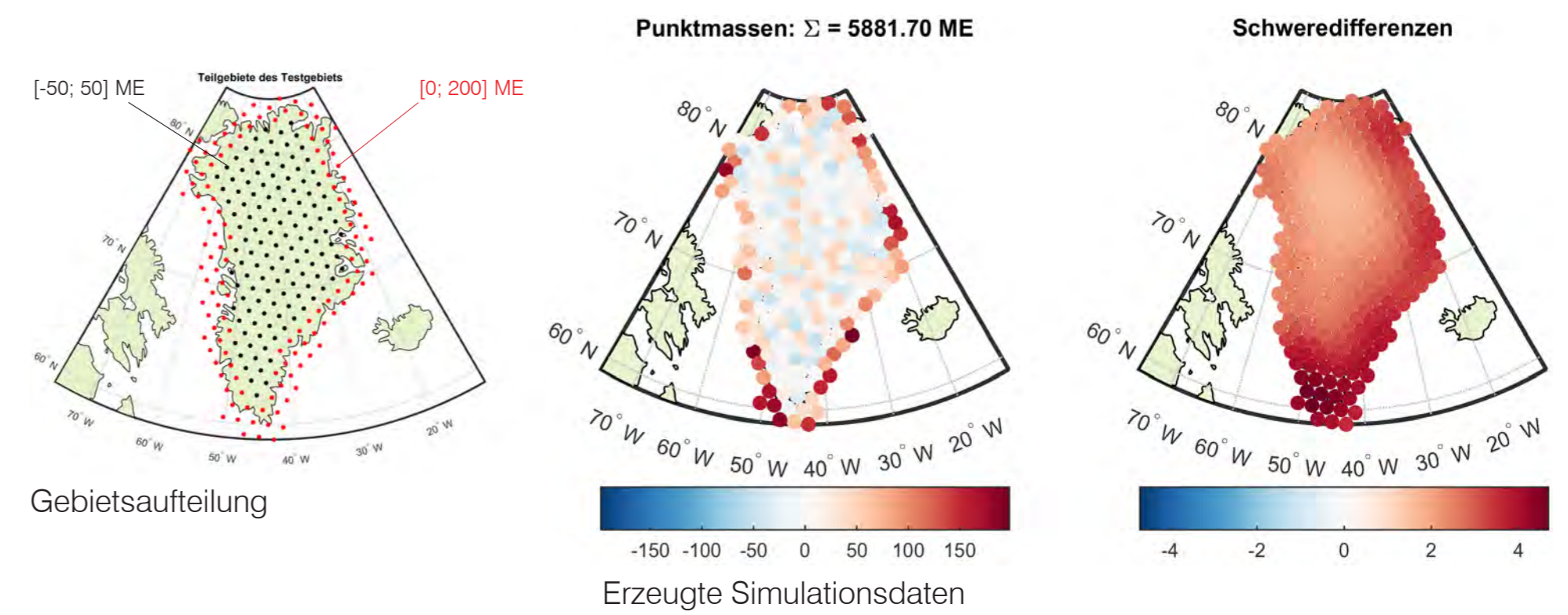
Tikhonov-Regularisierung

$$\mathbf{x}_\lambda = (\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \lambda^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{y}$$

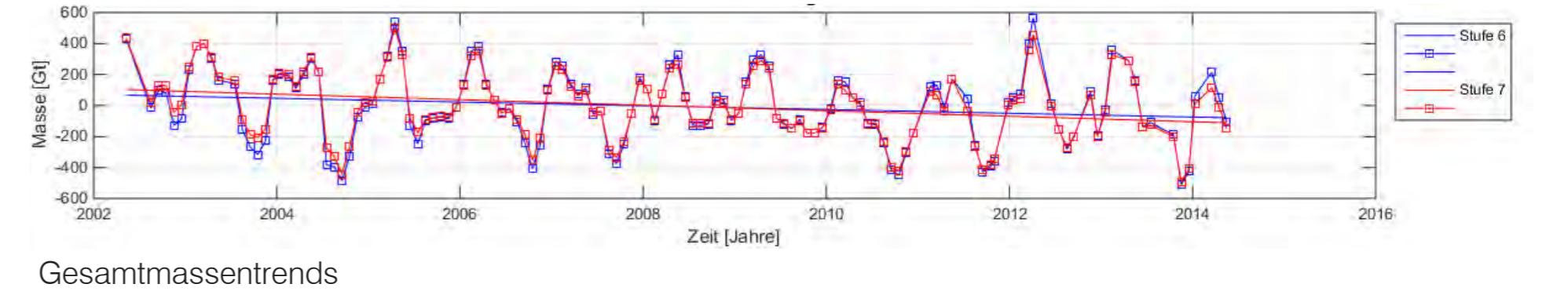
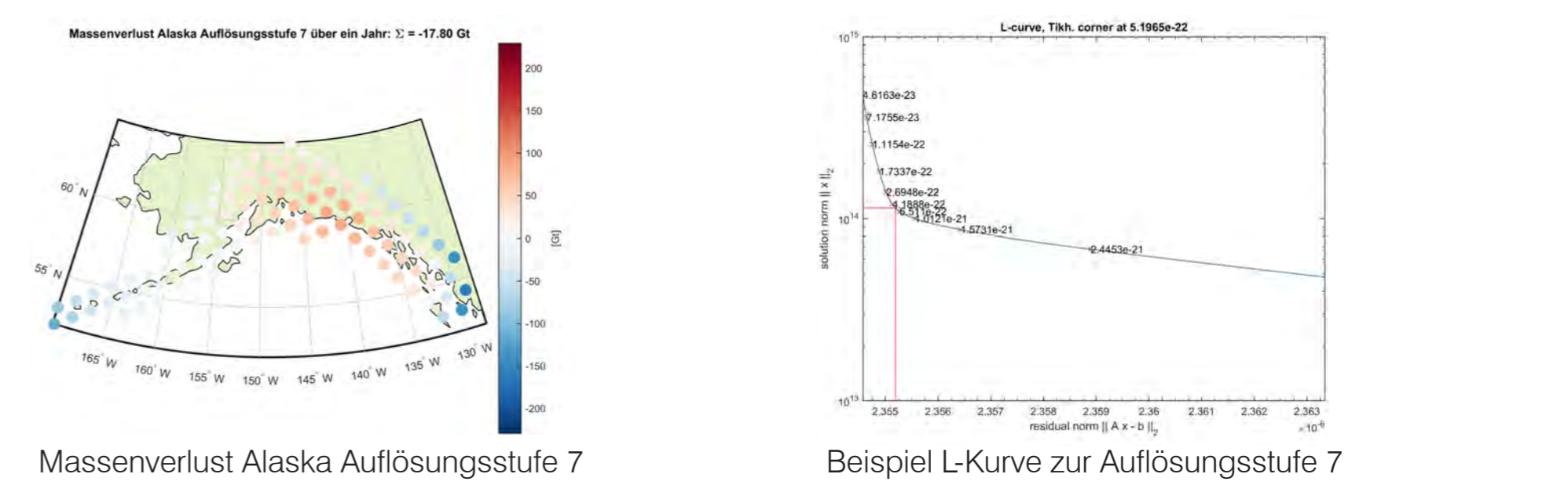
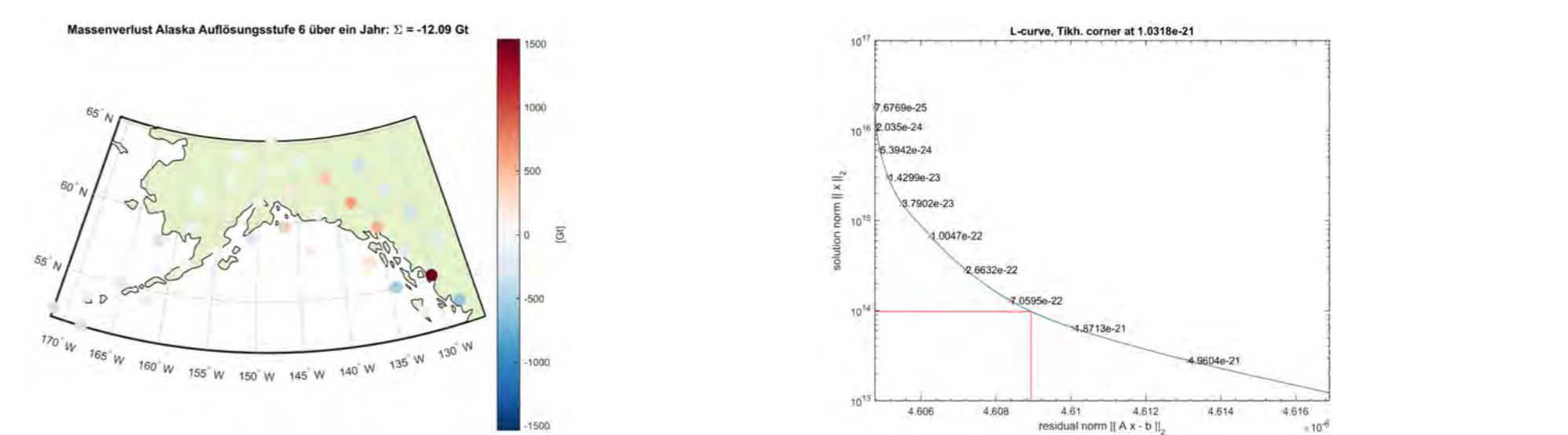
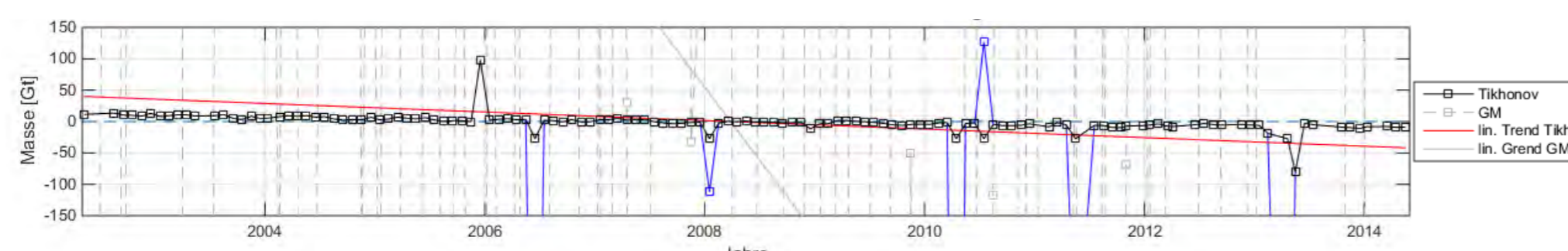
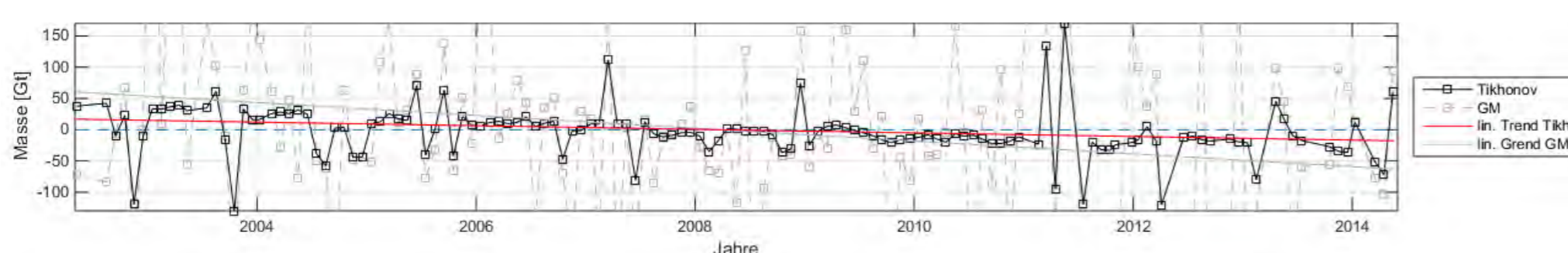
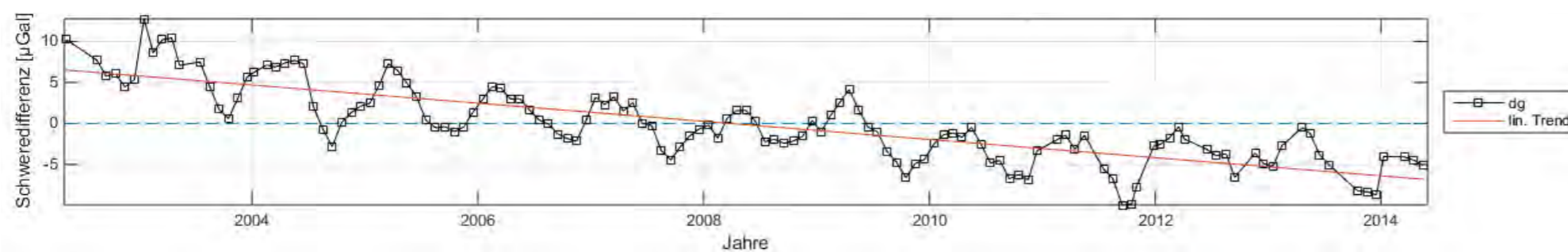
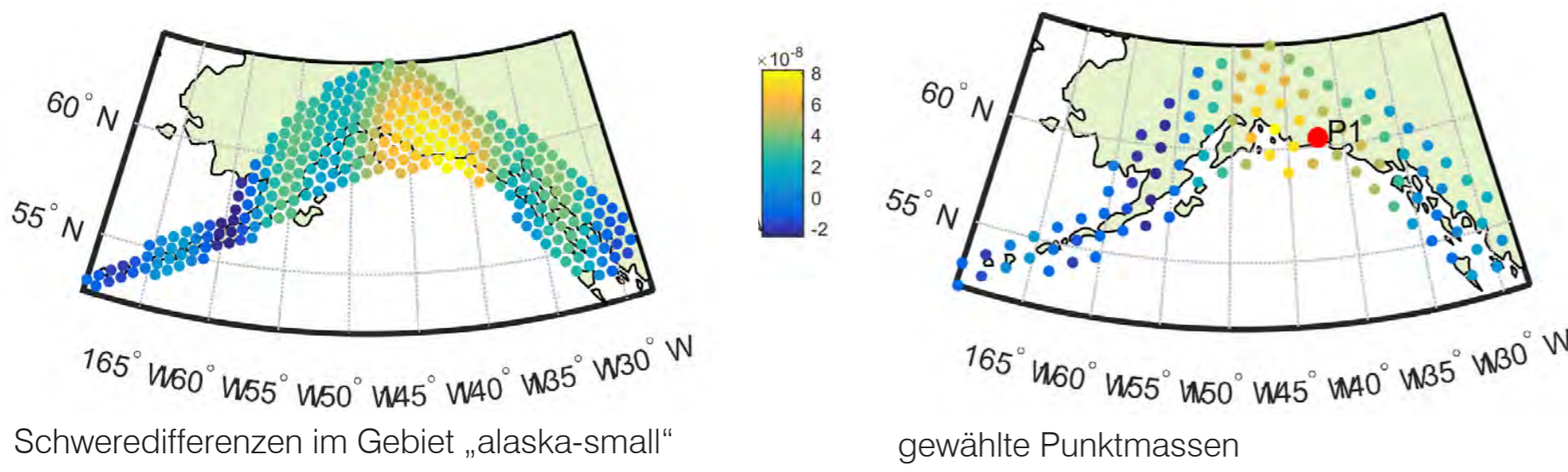
$\mathbf{y} (n \times 1)$  Beobachtungen (GRACE - Gravitationsstörungen)  $\mathbf{x} (u \times 1)$  Unbekannte (Massenänderungen)  
 $\mathbf{A} (n \times u)$  Designmatrix

Herleitung des Regularisierungsparameters mittels L-Kurve

## 3. Closed-Loop



## 4. Ergebnisse - Alaska



Punktmasse	Auflösung	Bereinigt	Massenverlust Tikh.	Massenverlust GM
P1	6	nein	-5.33 Gt/y	-15.83 Gt/y
P1	7	nein	-0.16 Gt/y	1.24 Gt/y
P1	7	ja	-0.63 Gt/y	--

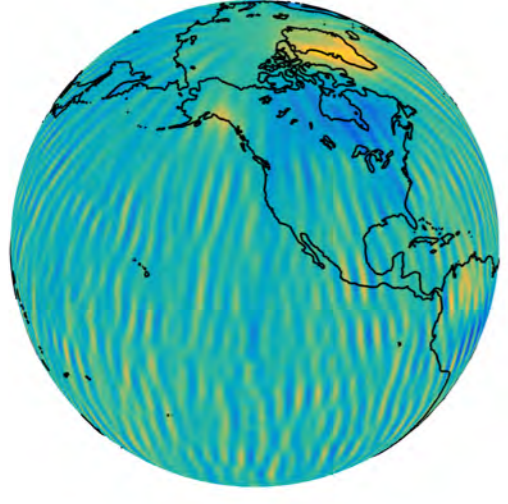
Ergebnisse Punktmassenbetrachtung P1 für Gebiet „alaska small“

Auflösung	Beob.	Pktmassen	Massenverlust Tikh	$\varnothing \lambda$	Massenverlust GM	cond(A)
Stufe 6	10242	41	$\approx -12.09 \text{ Gt/y}$	$5.491 \cdot 10^{-22}$	-11.11 Gt/y	$\approx 80$
Stufe 7	40962	103	$\approx -17.80 \text{ Gt/y}$	$2.3843 \cdot 10^{-21}$	-9.83 Gt/y	$\approx 16313$

Ergebnisse Gesamtmasstrend

Quellen: Baur, O. and Sneeuw, N. (2011), 'Assessing greenland ice mass loss by means of point-mass modeling: a viable methodology'. Hansen, P.C. (2008), 'Regularization tools'. URL: www.NETLIB.ORG/NUMERALGO

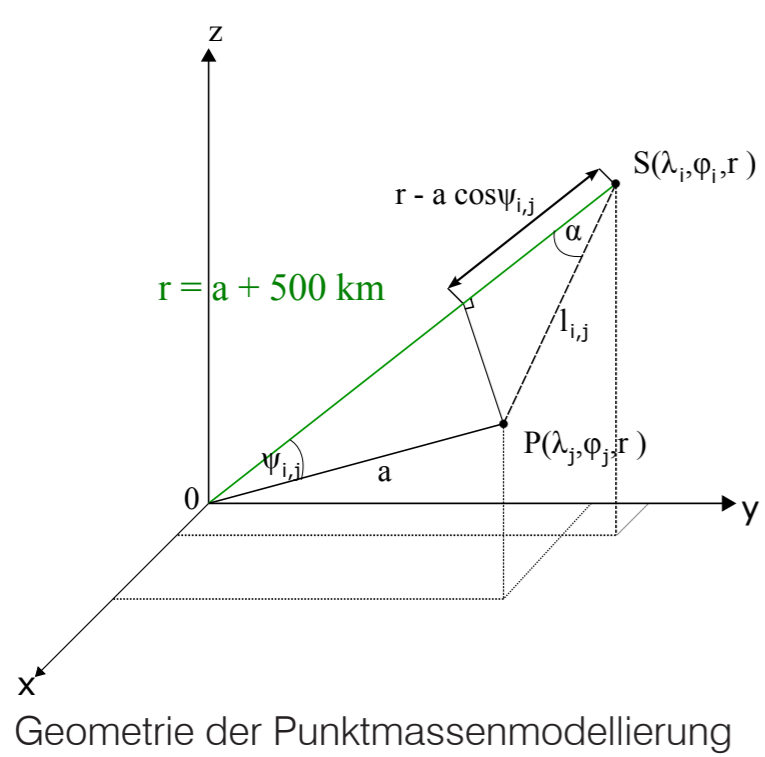
# Untersuchung von Schweredifferenzen durch Punktmassenmodellierung anhand der GRACE-Schwerfelddaten eines Gletschergebietes



Peter Hurt  
Geodätisches Institut, Universität Stuttgart  
PETER.HURT@AOL.DE



## 1. Punktmassenmodellierung



Zuordnung von Gravitationsänderungen bzw. Schwereänderungen im Raum zu individuellen Punktmassenänderungen auf der Erde.

$$\delta g_{i,j} = G \sum_{j=1}^p \delta m_j \frac{r_i - a \cos \psi_{i,j}}{(a^2 + r_i^2 - 2ar_i \cos \psi_{i,j})^{3/2}}$$

Funktionales Modell - Punktmassenschätzung

## 2. Regularisierung

$$\delta g_i = -\frac{GM}{r^2} \sum_{l=0}^L (l+1)(1+k_l) \left(\frac{a}{r}\right)^l \sum_{m=0}^l \bar{P}_{lm}(\sin \phi_i) (\Delta \bar{c}_{lm} \cos m\lambda_i + \Delta \bar{s}_{lm} \sin m\lambda_i)$$

$$= G \sum_{j=1}^p \frac{r_i - a \cos \psi_{i,j}}{(a^2 + r_i^2 - 2ar_i \cos \psi_{i,j})^{3/2}} \delta m_j, i = 1, \dots, s$$

mit  $r = 6378.1363 \text{ km}$   
 $a = r + 500 \text{ km}$   
 $GM = 6.67259 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$

$\bar{P}_{lm}(\sin \phi) \dots$   $4\pi$  normalisierte Legendrefunktion der 1. Ordnung  
 $\Delta \bar{c}_{lm}, \Delta \bar{s}_{lm} \dots$  (sekulare) Änderungen der sphärisch harmonischen Koeffizienten

Funktionales Modell

$$\mathbf{Ax} + \mathbf{e} = \mathbf{y}$$

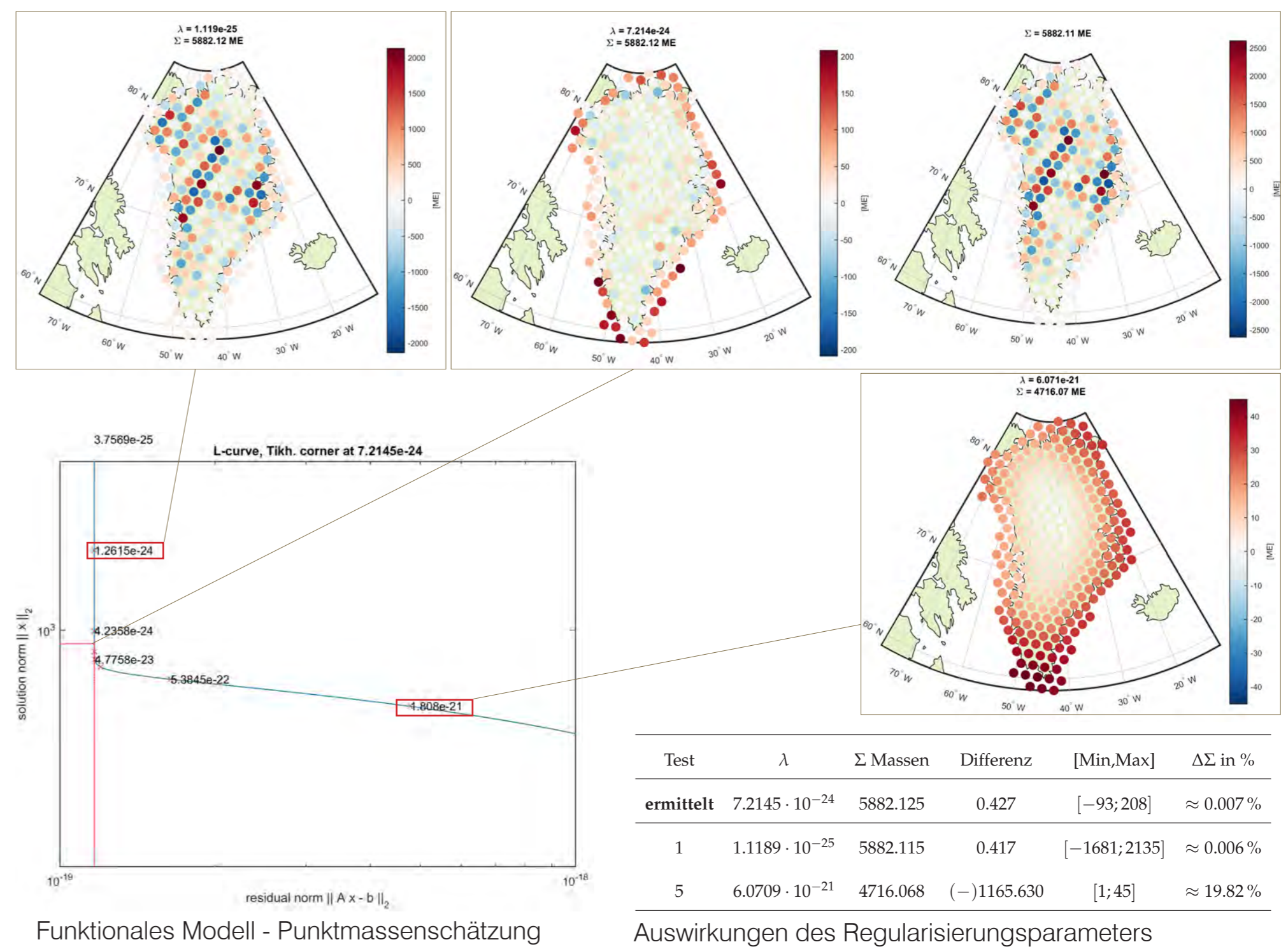
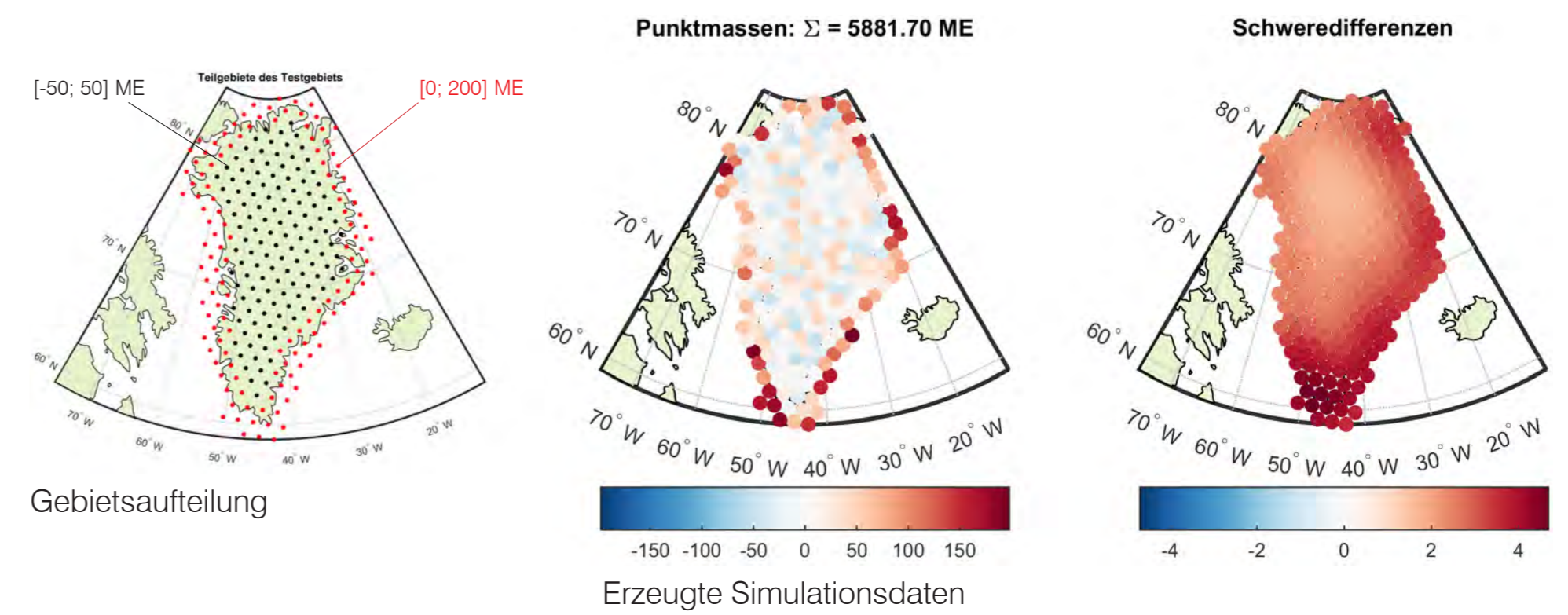
Methode kleinster Quadrate  
 $\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{y}$

Tikhonov-Regularisierung  
 $\mathbf{x}_\lambda = (\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \lambda^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{y}$

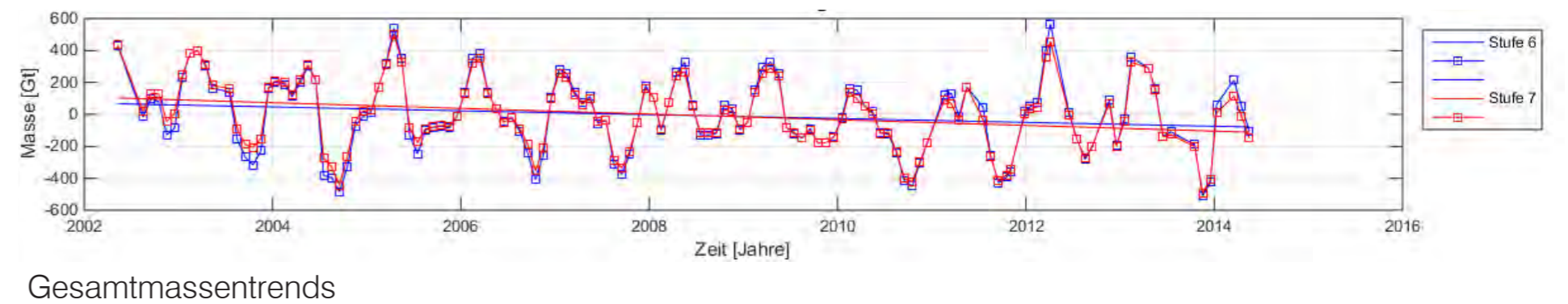
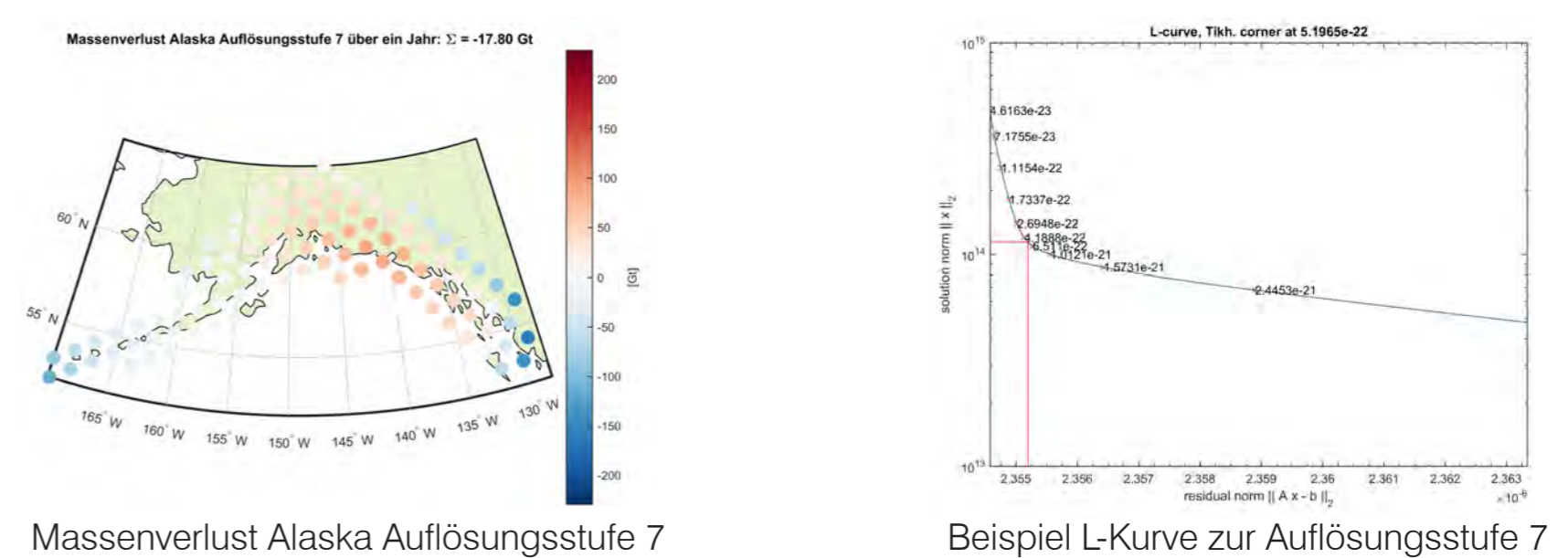
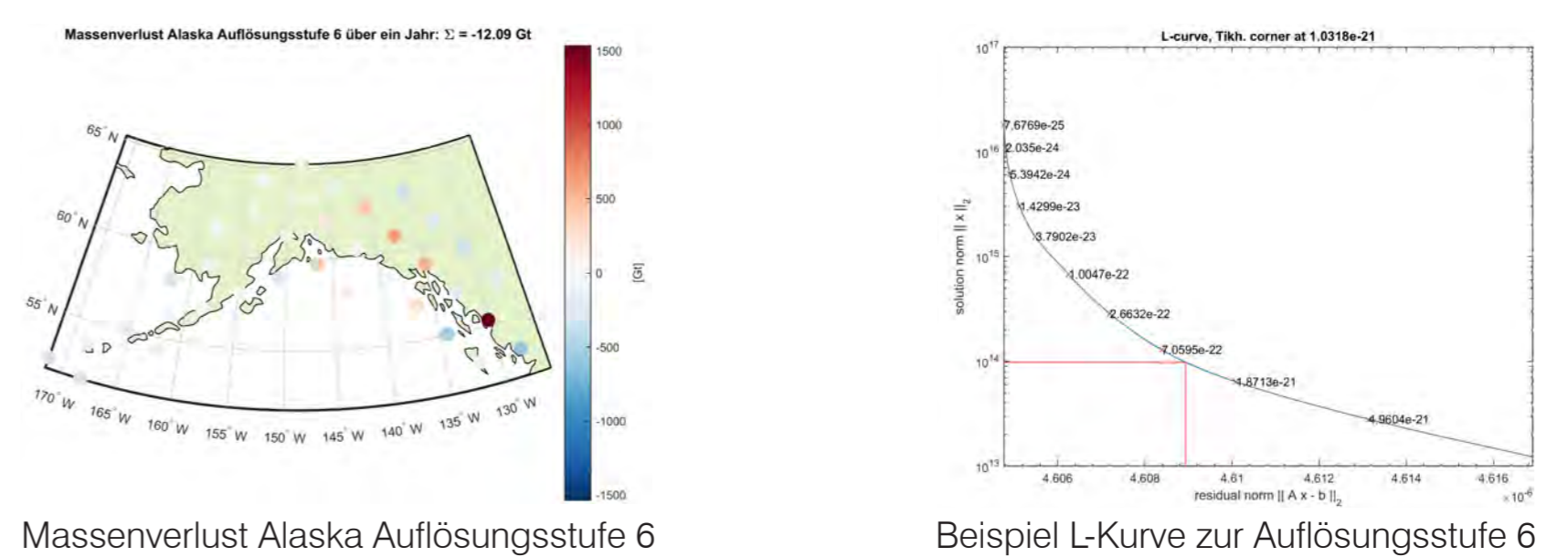
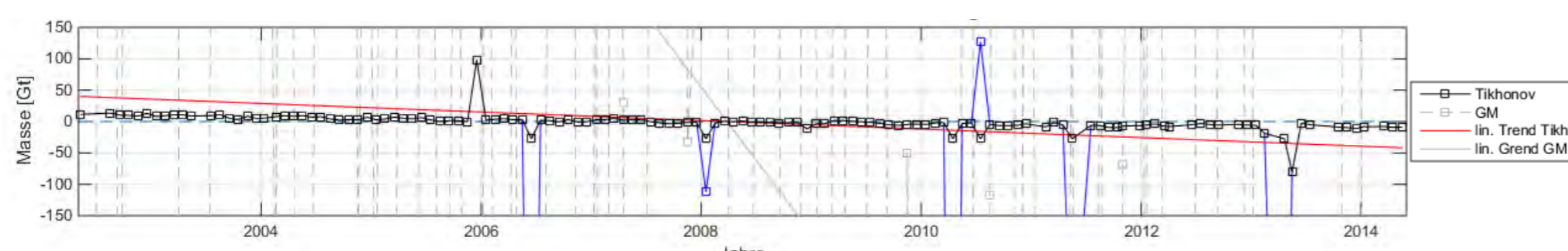
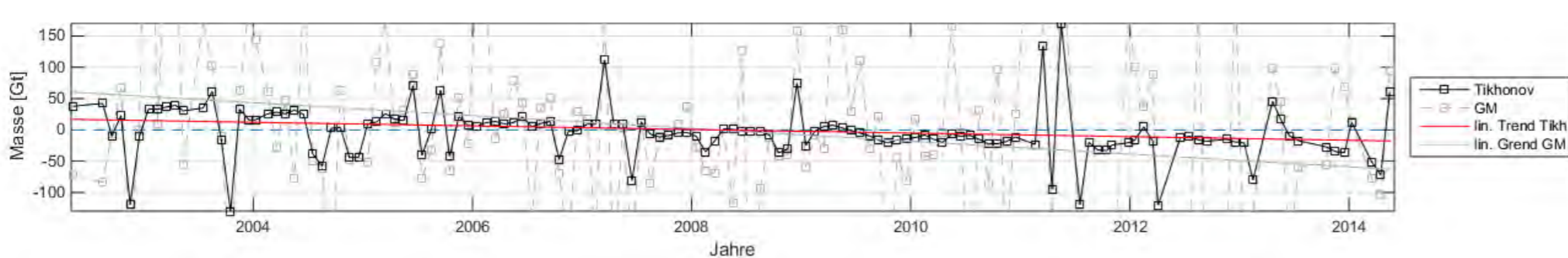
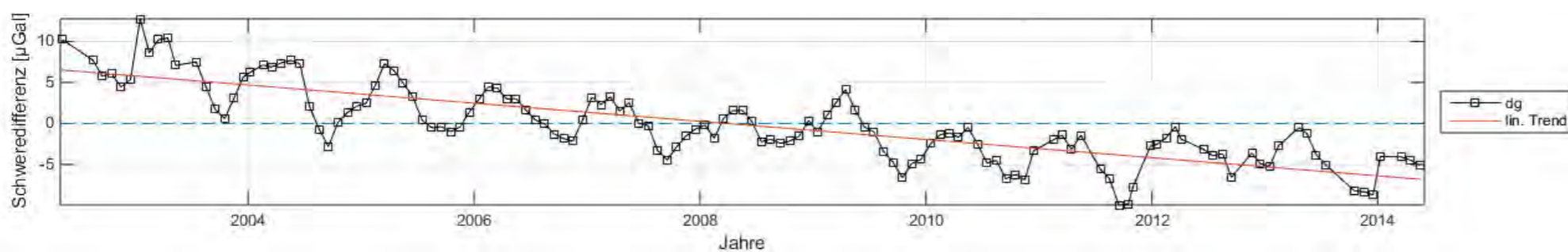
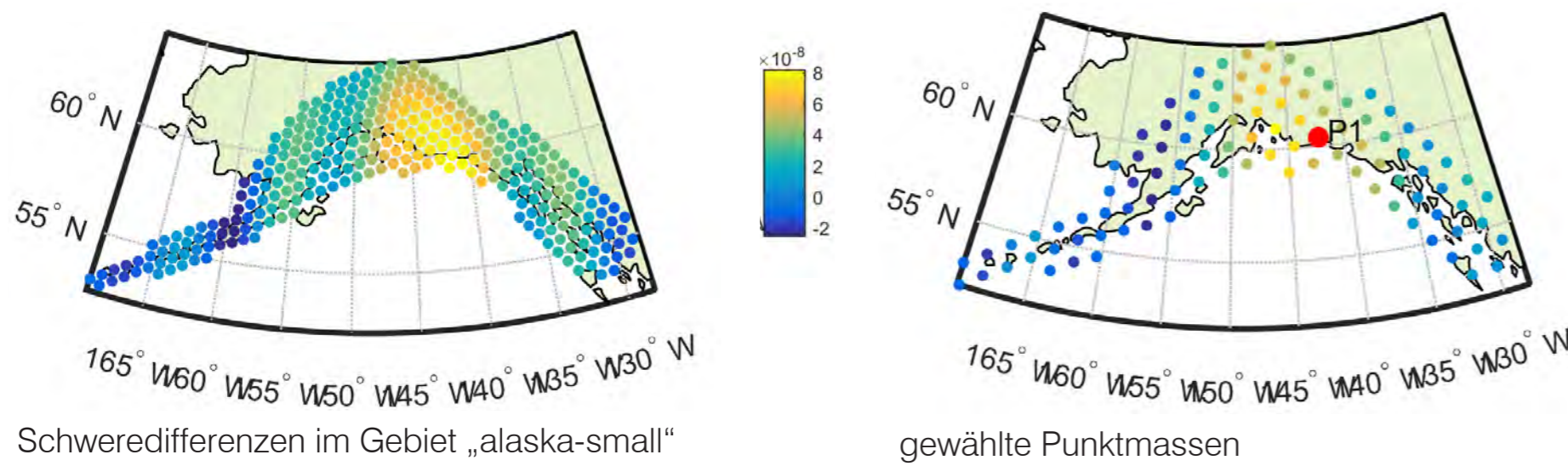
$\mathbf{y} (n \times 1)$  Beobachtungen (GRACE - Gravitationsstörungen)  $\mathbf{x} (u \times 1)$  Unbekannte (Massenänderungen)  
 $\mathbf{A} (n \times u)$  Designmatrix

Herleitung des Regularisierungsparameters mittels L-Kurve

## 3. Closed-Loop



## 4. Ergebnisse - Alaska



Punktmasse	Auflösung	Bereinigt	Massenverlust Tikh.	Massenverlust GM
P1	6	nein	-5.33 Gt/y	-15.83 Gt/y
P1	7	nein	-0.16 Gt/y	1.24 Gt/y
P1	7	ja	-0.63 Gt/y	--

Ergebnisse Punktmassenbetrachtung P1 für Gebiet „alaska small“

Auflösung	Beob.	Pktmassen	Massenverlust Tikh	$\varnothing \lambda$	Massenverlust GM	cond(A)
Stufe 6	10242	41	$\approx -12.09 \text{ Gt/y}$	$5.491 \cdot 10^{-22}$	-11.11 Gt/y	$\approx 80$
Stufe 7	40962	103	$\approx -17.80 \text{ Gt/y}$	$2.3843 \cdot 10^{-21}$	-9.83 Gt/y	$\approx 16313$

Ergebnisse Gesamtmasstrend

Quellen: Baur, O. and Sneeuw, N. (2011), 'Assessing greenland ice mass loss by means of point-mass modeling: a viable methodology'. Hansen, P.C. (2008), 'Regularization tools'. URL: www.NETLIB.ORG/NUMERALGO