

*Modellierung von Erdrotationsschwankungen
mittels atmosphärischer Drehmomente*

Michael SCHINDELEGGER, Johannes BÖHM, Harald SCHUH,
David SALSTEIN



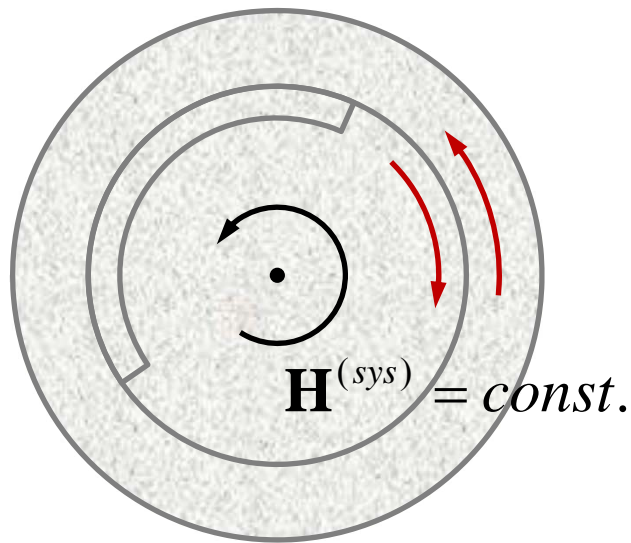
Geodätische Woche 2012
Hannover, 9. - 11. Oktober

Session ?: *Erdrotation und Geodynamik*

Drehimpuls- vs. Drehmomentansatz

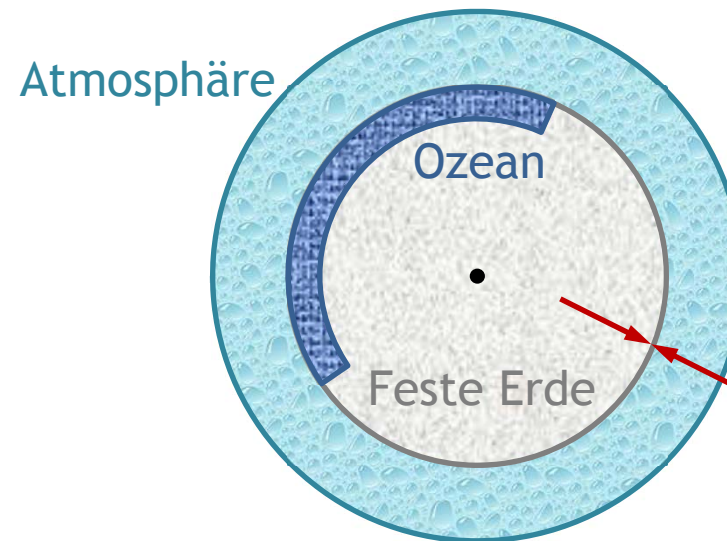
Geophysikalische Anregung, 2 Modellierungsansätze:

Erde inkl. Fluide ist kräftefrei
Drehimpuls H konserviert



ΔH in Fluiden bewirkt entgegengesetztes ΔH der festen Erde

Fluide bewirken externe Drehmomente



Drehimpulsaustausch an Grenzflächen

Drehimpuls- vs. Drehmomentansatz

Drehimpulsansatz:

- Einfacher Formalismus, beruhend auf Standardfeldern numerischer Wettermodelle
- Dreidimensionales Integral ist auszuwerten

Drehmomentansatz:


- Benötigt nur Oberflächendaten
- Möglichkeit der physikalischen Interpretation
- Flussdaten (und Materialparameter) nur schlecht durch Beobachtungen gestützt

Drehimpuls- vs. Drehmomentansatz

Analytische Äquivalenz am Beispiel der Atmosphäre:

Drehimpuls der festen Erde
im Inertialsystem

Totales Drehmoment der
Atmosphäre auf feste Erde


$$\frac{d\mathbf{H}^{(s)}}{dt} = \mathbf{L}^{(a) \rightarrow (s)}$$

Dynamik anderer
Fluide vernachlässigt!

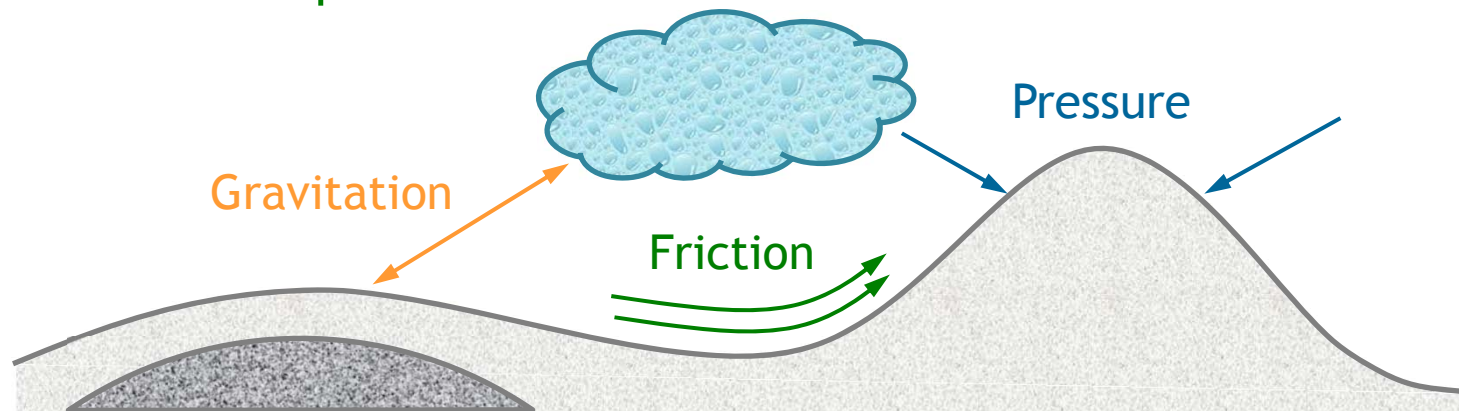
Drehimpulserhaltung führt auf zeitliche Ableitung von AAM
(atmospheric angular momentum):

$$-\frac{d\mathbf{H}^{(s)}}{dt} = \boxed{\frac{d\mathbf{H}^{(a)}}{dt} = \mathbf{L}^{(s) \rightarrow (a)}} = -\mathbf{L}^{(a) \rightarrow (s)}$$

Drehmomentkomponenten

Kopplungsmechanismen im Fall der Atmosphäre:

1. Druckunterschiede an topografischen Unregelmäßigkeiten:
Pressure Torque \mathbf{L}^p
2. Anziehung der Luftmassen durch unregelmäßig verteilte Massen in der festen Erde: Gravitational Torque \mathbf{L}^g
3. Reibungseffekte im Zusammenhang mit bodennahen Winden:
Friction Torque \mathbf{L}^f



Drehmomentkomponenten

Pressure Torque, Aufteilung der äquatorialen Komponente:

- a. Ellipsoidischer Druckeffekt auf Äquatorwulst
- b. Lokale Druckeffekte an Gebirgen: Mountain Torque

Berechnung über Gradient der Topografie h:



$$\mathbf{L}^p = a^2 \iint_S p_s \left(\frac{dh}{d\lambda} \begin{pmatrix} \cos \lambda \cos \theta \\ \sin \lambda \cos \theta \\ -\sin \theta \end{pmatrix} + \frac{dh}{d\theta} \begin{pmatrix} \sin \lambda \sin \theta \\ -\cos \lambda \sin \theta \\ 0 \end{pmatrix} \right) d\theta d\lambda$$

a ... mittlerer Erdradius

Drehmomentkomponenten

Gravitational Torque, Aufteilung der äquatorialen Komponente:

- Ellipsoidischer Effekt (Abplattung der Niveaulflächen)
- Lokaler Effekt (vernachlässigbar)

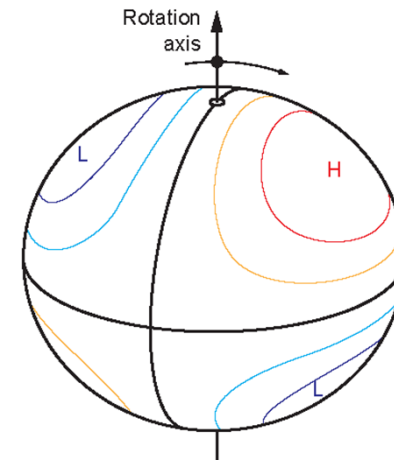


Mit ellipsoidischem Druckdrehmoment aufsummiert zum:

Ellipsoidal Torque $\mathbf{L}^e = \mathbf{L}_{ell}^p + \mathbf{L}_{ell}^g$

Proportional zum AAM Druckterm \mathbf{H}^p :

$$\mathbf{L}^e = \begin{pmatrix} -\Omega H_2^p \\ \Omega H_1^p \\ 0 \end{pmatrix}$$



Ω ... nominelle Winkelgeschwindigkeit

Drehmomentkomponenten

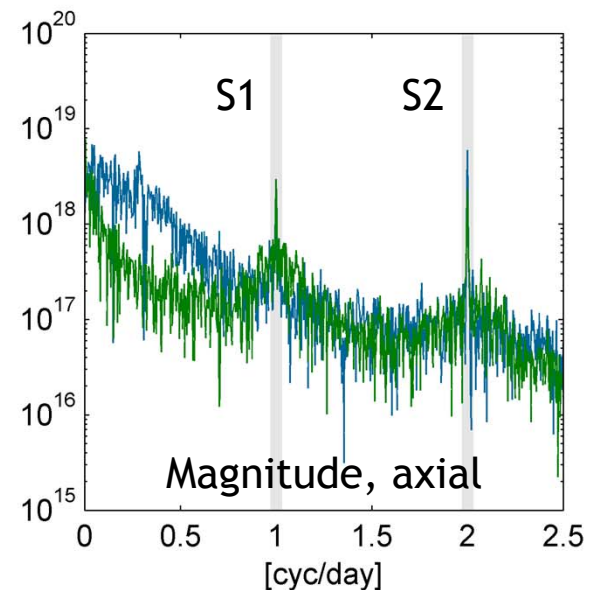
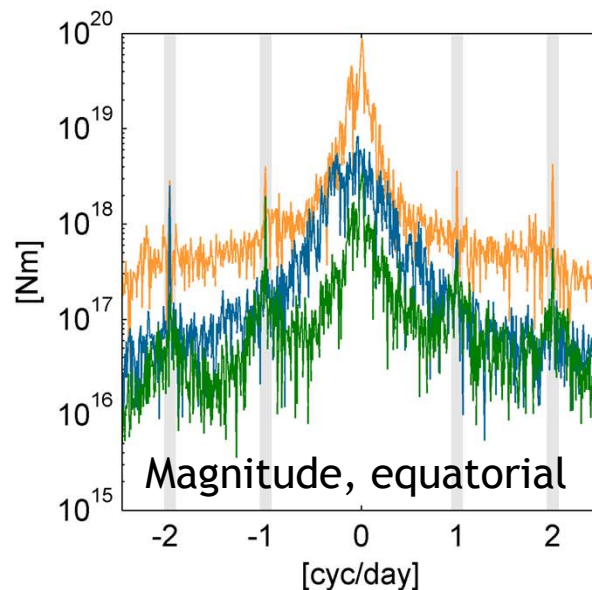
Friction Torque:

$$\mathbf{L}^f = a^3 \iint \begin{pmatrix} -f_\theta \sin \lambda - f_\lambda \cos \theta \cos \lambda \\ f_\theta \cos \lambda - f_\lambda \cos \theta \sin \lambda \\ f_\lambda \sin \theta \end{pmatrix} \sin \theta d\theta d\lambda$$

f_θ, f_λ ... zonale und meridionale Windschubspannungen

Mountain, Ellipsoidal, Friction Torques aus MERRA* Daten

*Modern Era-
Retrospective
Analysis for
Research and
Applications,
2009 - 2011,
 $\Delta t = 3$ hours



AAM Bilanz

Budgetgleichung für atmosphärischen Drehimpuls (im Inertialsystem):

$$L_1^{(s) \rightarrow (a)} = \dot{H}_1^{(a)} - \Omega H_2^{(a)}$$

$$L_2^{(s) \rightarrow (a)} = \dot{H}_2^{(a)} + \Omega H_1^{(a)}$$

$$L_3^{(s) \rightarrow (a)} = \dot{H}_3^{(a)}$$

$$-L_1^e = +\Omega H_2^p$$

$$-L_2^e = -\Omega H_1^p$$

System ohne **Ellipsoidal Torque** (~95% des Gesamtsignals)

$$L_1^{(s) \rightarrow (a)} - L_1^e = \dot{H}_1^{(a)} - \Omega H_2^w$$

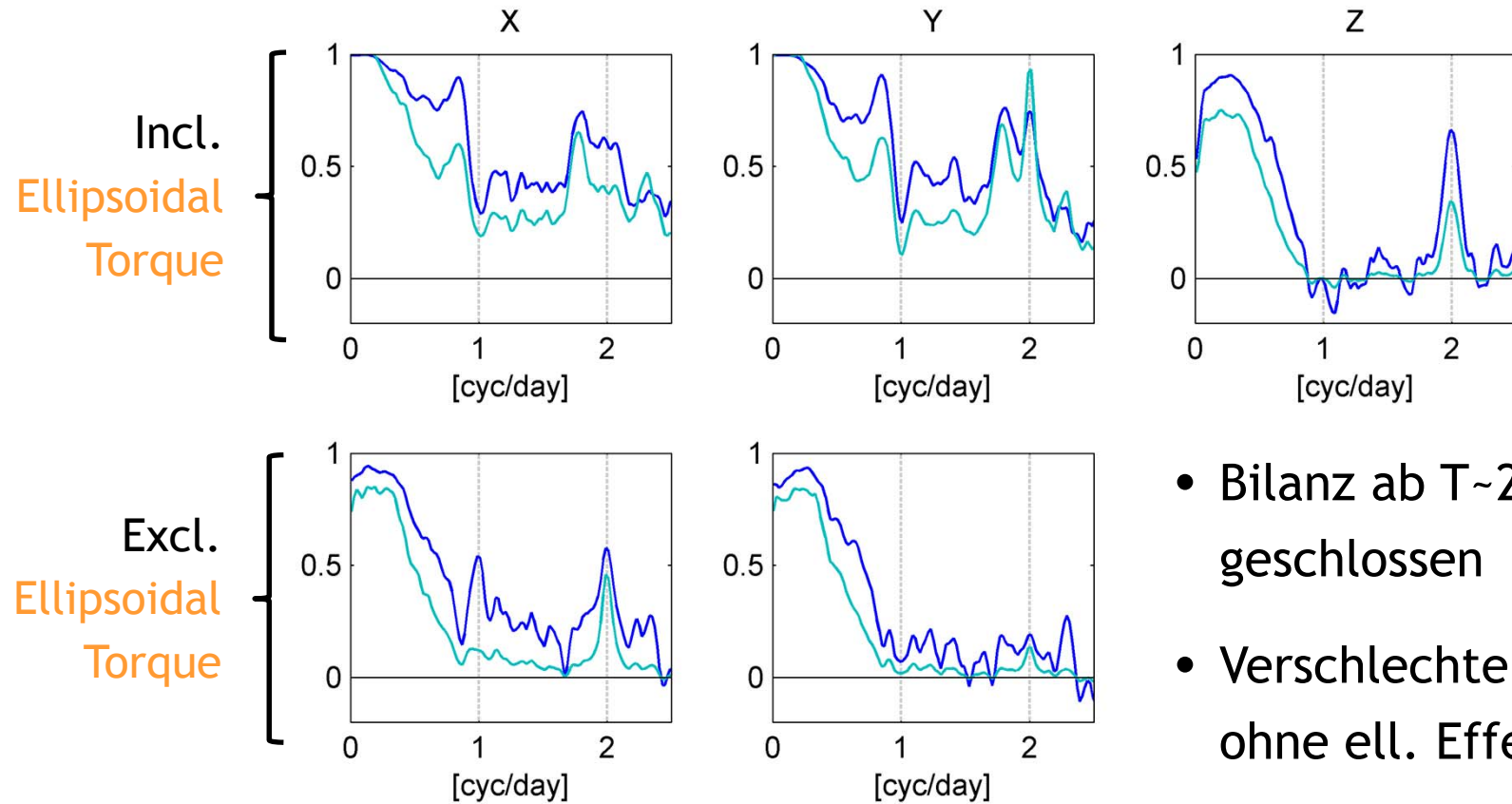
$$L_2^{(s) \rightarrow (a)} - L_2^e = \dot{H}_2^{(a)} + \Omega H_1^w$$

$$L_3^{(s) \rightarrow (a)} = \dot{H}_3^{(a)}$$

Äquatoriale Komponenten
des AAM Windterms

AAM Bilanz

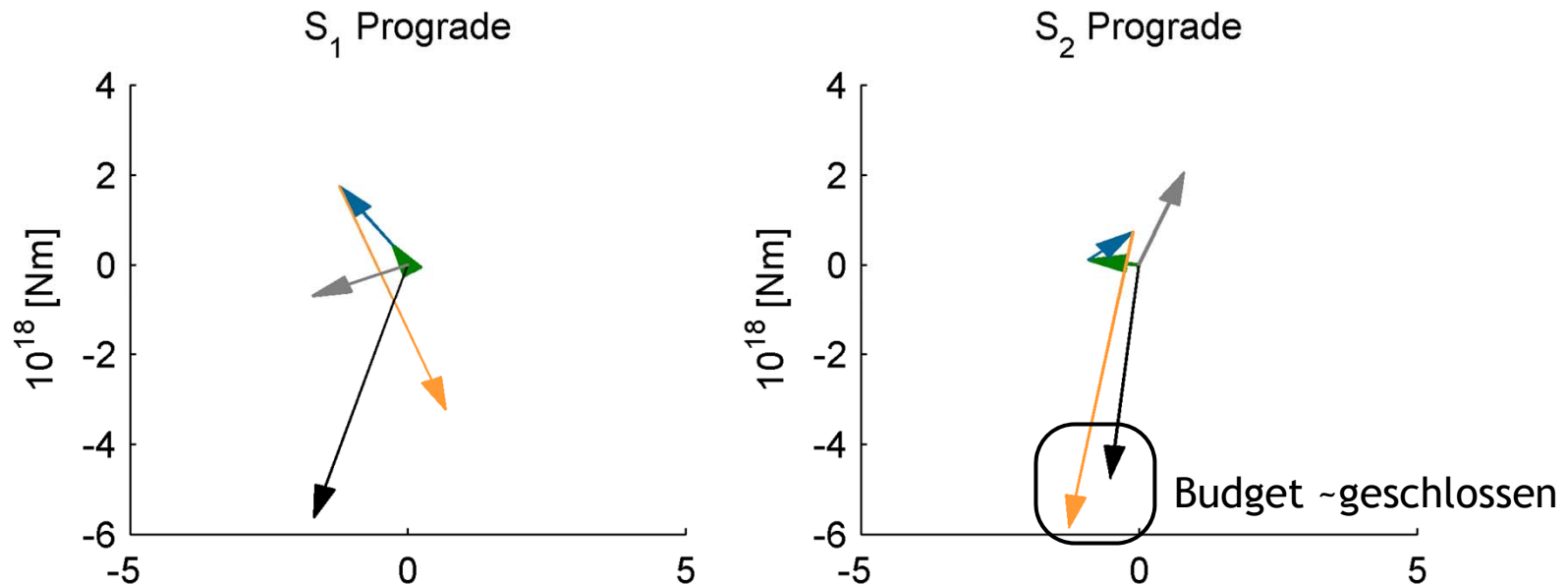
Numerische Verifikation: **Korrelations-** und **Proportionalitätsfaktor** aus Vergleich Drehmoment \leftrightarrow AAM Ableitung für jedes Frequenzband



- Bilanz ab $T \sim 2$ [d] geschlossen
- Verschlechterung ohne ell. Effekt

AAM Bilanz

Numerische Verifikation: Phasorplots für S_1 / S_2 prograd, äquatorial

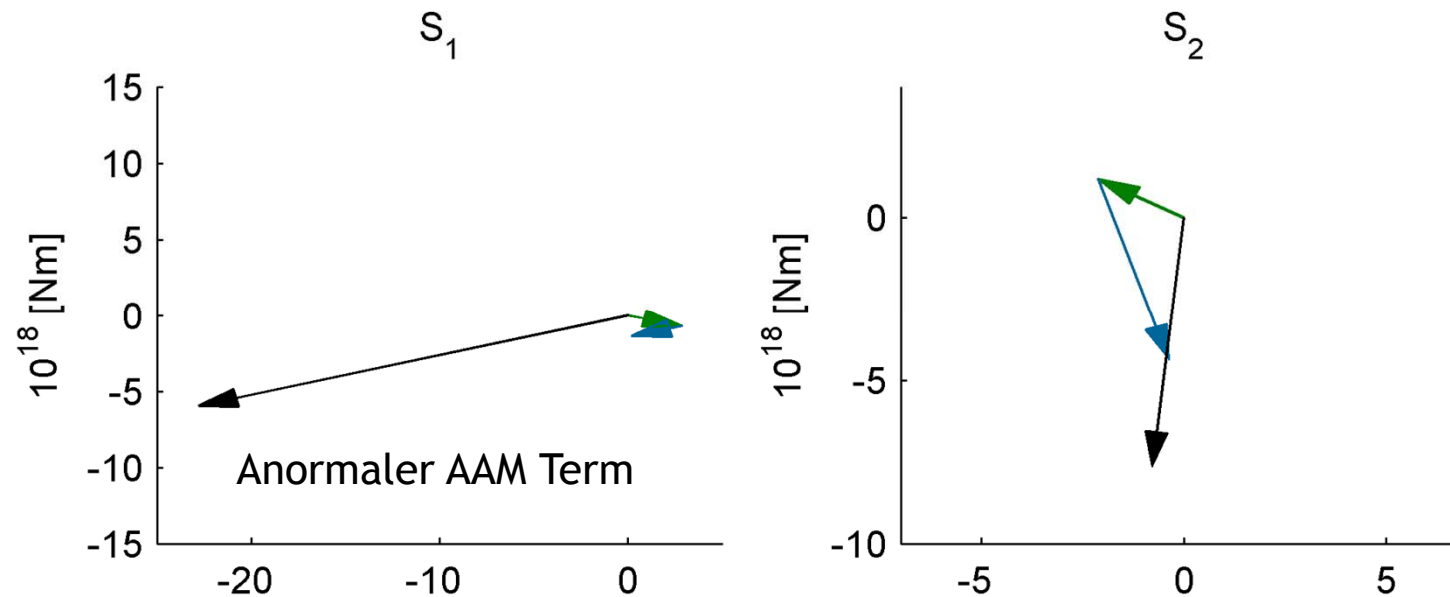


Friction T. + Mountain T. + Ellipsoidal T. = AAM Zeitableitung?

Friction T. + Mountain T. = AAM Zeitableitung ohne ell. Effekt?

AAM Bilanz

Numerische Verifikation: Phasorplots für S_1 und S_2 axial



Friction T. + Mountain T. = AAM Zeitableitung?

Conclusio: einzelne Komponenten mit guter Übereinstimmung,
Atmosphärenmodelle mit laufender Verbesserung

Drehmomentansatz

Zusammenhang mit Erdrotationsschwankungen: [de Viron, 2005]

Äquatoriale Komponente:

$$\underbrace{\hat{m} + \frac{i}{\sigma_{cw}} \dot{\hat{m}}}_{\hat{m} = m_1 + im_2} = \frac{1}{\Omega^2(C - A)} \left[\underbrace{i\hat{L} + 0.30\Omega \left(\hat{H}^p - \frac{i}{\Omega} \dot{\hat{H}}^p \right)}_{\text{Effekt der Erddeformation, Auflast aus Druckterm } \hat{H}^p = H_1^p + iH_2^p} \right]$$

$\hat{m} = m_1 + im_2$: Winkelcosini der Rotationsachse

Effekt der Erddeformation, Auflast aus Druckterm $\hat{H}^p = H_1^p + iH_2^p$

Totales Drehmoment: Fluide → feste Erde

Axiale Komponente: $\dot{m}_3 = \frac{1}{C\Omega} [L_3 + 0.30\dot{H}_3^p]$

Drehimpulsansatz liefert bessere Übereinstimmung mit ERP

Drehmomentansatz

Zusammenfassung:

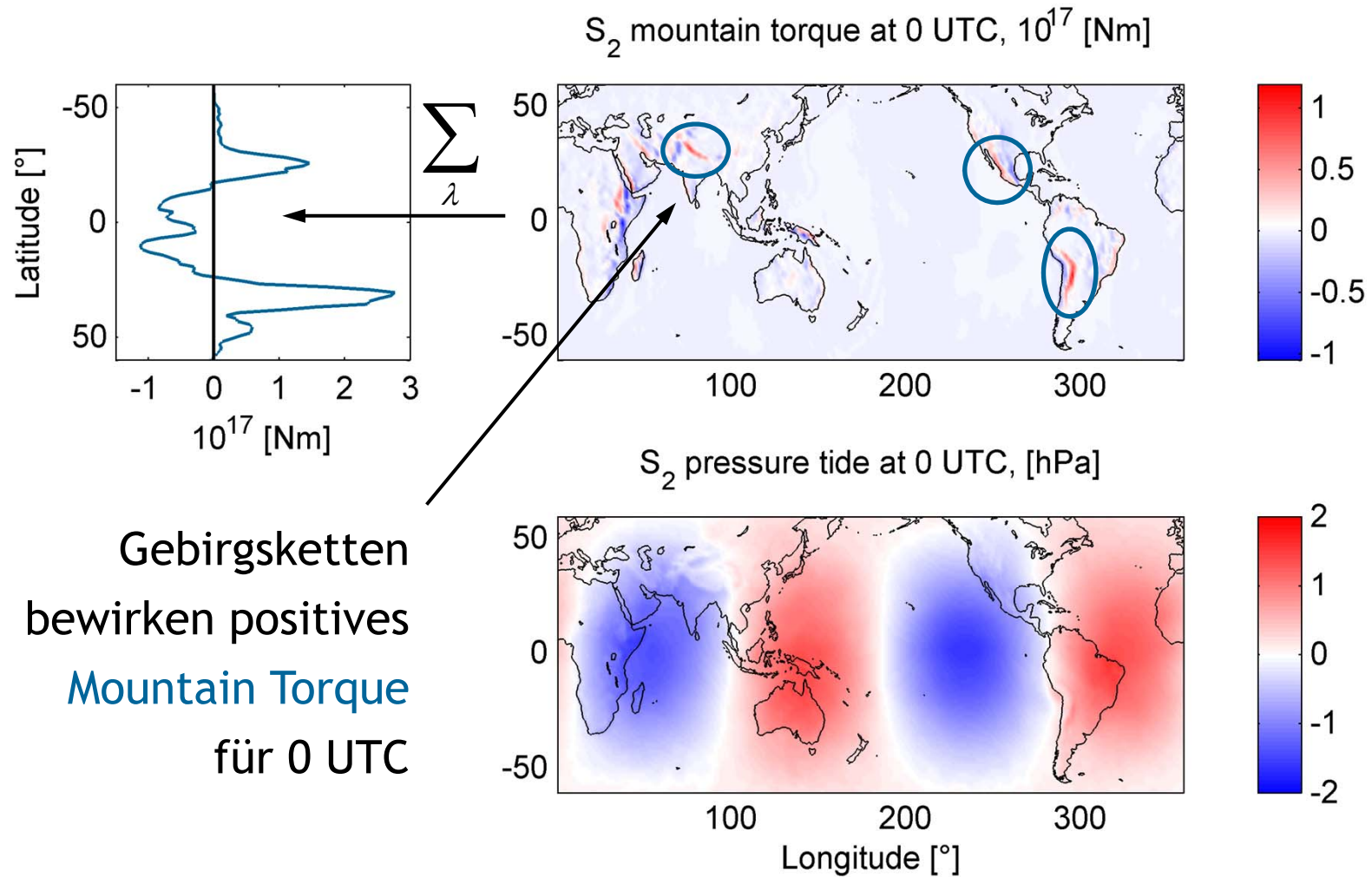
- ❖ Drehmomente (mountain, friction, ellipsoidal torques) zur Interpretation atmosphärischer Effekte auf Erdrotation
- ❖ Äquivalenz der beiden Ansätze auf langen Perioden gut erfüllt, im täglichen Bereich nur punktuell
- ❖ Formalismus auch auf ein 3-Komponenten-System (feste Erde - Atmosphäre - Ozean) erweiterbar
- ❖ Lokalisierung der physikalischen Interaktion
Atmosphäre \leftrightarrow feste Erde

Beispiel



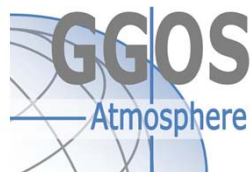
Drehmomentansatz

Mountain Torque, axiale Komponente für S_2 :



The End

Danke für die Aufmerksamkeit!



e-Mail: michael.schindelegger@tuwien.ac.at



GGOS Atmosphere (P20902) is funded by the Austrian Science Fund (FWF)