

# Dreidimensionale B-Spline Modelle des VTEC aus der Kombination verschiedener geodätischer Beobachtungsverfahren

Marion Heublein

Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut

28. September 2011



- 1 Ionosphäre
- 2 Genutzte Beobachtungsverfahren
- 3 Grundlagen zu B-Splines
- 4 B-Spline Modell des DGFI
- 5 Ergebnisse

# Ionosphäre

- Teil der Atmosphäre, in ca. 50-1000 km Höhe
- Hoher Elektronengehalt → Beeinflussung von Radiowellen (z.B. Telekommunikation, Navigation und Raumfahrt)
- Beschreibung durch Elektronendichte  $N_e$  und vertikalen totalen Elektronengehalt (Vertical Total Electron Content)

$$VTEC = \int N_e(h) dh \quad (1)$$

in TEC Units  $1TECU = 10^{16}/m^2$

- Variationen in Abhängigkeit von der geographischen Länge  $\lambda$  und Breite  $\varphi$ , der Höhe  $h$  sowie der Zeit  $t$

# Genutzte Beobachtungsverfahren

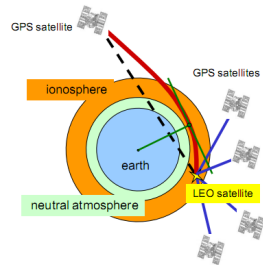
„All jene Beobachtungsverfahren, die von der Ionosphäre beeinflusst werden.“

Beispiel:

- GPS → Beobachtungsstationen  
v.a. auf Kontinenten
- Datenlücken über Ozeanen
- + Altimetrie: Messung nur über Meeren
- + Okkultationsmessungen: global

---

möglichst gute räumliche Auflösung



# Grundlagen zu B-Splines

- stückweise zusammengesetzte Polynome
- kompakter Träger
- zwei Typen: polynomiale und trigonometrische B-Splines

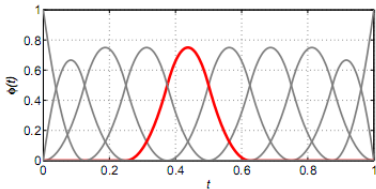


Abbildung: pol. B-Splines  $\phi_k^J$   
Level  $J = 3$

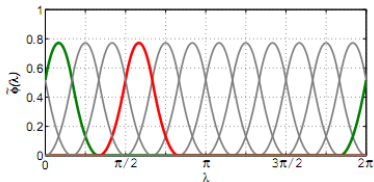


Abbildung: trig. B-Splines  $T_k^J$   
Level  $J = 2$

Anzahl  $m_J$  oder  $\tilde{m}_J$  der Funktionen: in Abhängigkeit von  $J$

# B-Spline Modell des DGFI

Modellierung in Bezug auf ein **Hintergrundmodell** (NIC09)

$$VTEC(\lambda, \varphi, t) = VTEC_{back}(\lambda, \varphi, t) + \Delta VTEC(\lambda, \varphi, t) \quad (2)$$

B-Spline-Ansatz:

$$\Delta VTEC(\lambda, \varphi, t) + v = \sum_{k_1=0}^{m_{J_1}-1} \sum_{k_2=0}^{\tilde{m}_{J_2}-1} \sum_{k_3=0}^{m_{J_3}-1} d_{k_1, k_2, k_3}^{J_1, J_2, J_3} \cdot \Phi_{k_1}^{J_1}(\varphi) T_{k_2}^{J_2}(\lambda) \Phi_{k_3}^{J_3}(t) \quad (3)$$

- intervallweise Definition: Koeffizienten  $d_{k_1, k_2, k_3}^{J_1, J_2, J_3}$  nur dann ungleich Null, wenn ausreichend Daten zur Schätzung vorliegen

→ bei Datenlücken: Übernahme des Hintergrundmodells

## Koeffizientenschätzung

Gauß-Markov-Modell:

$$\Delta VTEC(\lambda, \varphi, t) + v = \sum_{k_1=0}^{m_{J_1}-1} \sum_{k_2=0}^{\tilde{m}_{J_2}-1} \sum_{k_3=0}^{m_{J_3}-1} d_{k_1, k_2, k_3}^{J_1, J_2, J_3} \cdot \Phi_{k_1}^{J_1}(\varphi) T_{k_2}^{J_2}(\lambda) \Phi_{k_3}^{J_3}(t) \quad (4)$$

Designmatrix  $A_i$

zu schätzende Koeffizienten  $x$

Beobachtungen  $l$

Verbesserungen  $v$

Ausgleichung:

$$A_i \cdot x = l + v$$

$$C_{ll} = \sigma_0^2 P_{ll}^{-1}$$

Restriktionen:

- $VTEC(\lambda = 0^\circ) = VTEC(\lambda = 360^\circ)$
- $VTEC(\varphi = \pm 90^\circ)$  unabhängig von geographischer Länge

## dcb- und Varianzkomponenten-Schätzung

Zusätzliche Restriktion  $S$ :  $\sum dcb^S = 0$

$$\begin{pmatrix} X^T X & S^T \\ S & \mathbf{0} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ dcb_{R_1} \\ \vdots \\ dcb_{R_m} \\ dcb^{S_1} \\ dcb^{S_n} \\ k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X^T l \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (5)$$

$k$  Korrelaten im Gauß-Markov-Modell mit Restriktionen  
 $X$  erweiterte Designmatrix  
 $dcb_R, dcb^S$  Empfänger- bzw. Satelliten-dcbs



## dcb- und Varianzkomponenten-Schätzung

$X^T X$  und  $X^T l$ : aus Varianzkomponentenschätzung:

$$X^T X = \frac{1}{\sigma_1^2} X_1^T X_1 + \dots + \frac{1}{\sigma_n^2} X_n^T X_n + \frac{1}{\sigma_\mu^2} E \quad (6)$$

$$X^T l = \frac{1}{\sigma_1^2} X_1^T l_1 + \dots + \frac{1}{\sigma_n^2} X_n^T l_n + \frac{\mu}{\sigma_\mu^2} \quad (7)$$

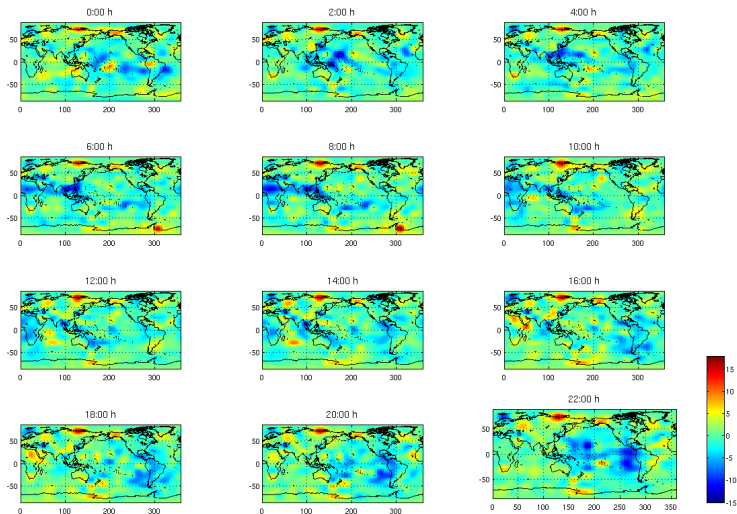
mit

$$X_i = (A_i \ B_i \ D) \quad (8)$$

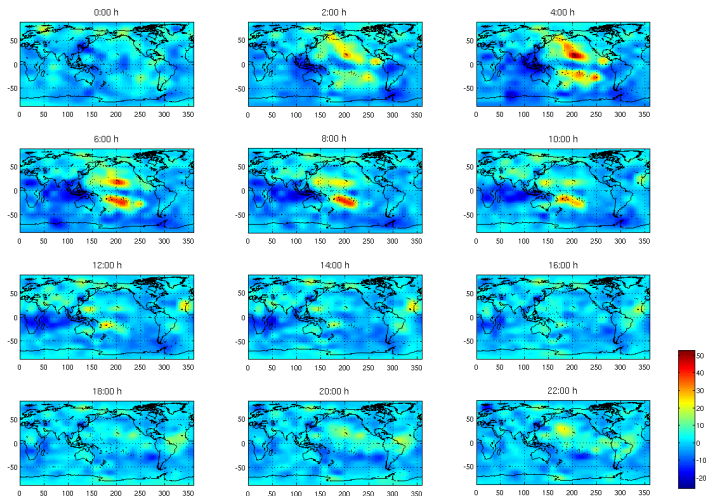
$B_i$  Zuordnung Empfänger - Beobachtungen

$D$  Zuordnung Satellit - Beobachtungen

# $\Delta VTEC$ -Werte zum 2006-12-04 (in TECU)



# $\Delta VTEC$ -Werte zum 2006-12-15 (in TECU)



# RMS values in TECU two-hourly intervals from 0h to 22h

RMS(IGS-DGFI) 2006-12-15	RMS(IGS-NIC) 2006-12-15
4.6	4.3
4.8	7.6
5.1	9.3
5.0	8.3
4.8	7.4
4.7	6.8
4.6	6.1
4.1	4.5
4.1	3.8
3.8	3.5
4.0	3.7
4.2	4.0

## Geschätzte Varianzkomponenten in $TECU^2$

Day	2006-12-04	2006-12-04	2006-12-15	2006-12-15
Number of datasets	103	53	103	53
COSMIC	3.7	3.2	2.4	1.9
Jason1	0.4	4.3	2.6	2.4
Envisat	4.7	2.4	2.2	2.0
NIC09	13.3	12.1	8.5	7.6



Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

Merci de votre attention!

# Vergleich mit Modellierungen über Kugelflächenfunktionen

<b>Kugelflächenfunktionen:</b>	<b>B-Splines:</b>
global	lokal
eine gemeinsame Funktion für Länge und Breite	je eine einzelne Funktion für Länge, Breite und Zeit
Datenlücken: globale Folgen	Datenlücken: Hintergrundmodell
kleinräumige Variationen: evtl. globale Auswirkungen	kleinräumige Variationen: nur örtliche Auswirkungen

Folgerung: keine direkte Bewertung möglich!

- cross-validation mit realen Beobachtungsdaten wichtig
- regionale Gewichtung des Hintergrundmodells sinnvoll