

Geodätische Woche 2010, Köln

**Identifikation identischer Punkte
in Höhennetzen mehrerer Epochen**

Sebastian Halsig, Andreas Ernst, Wolf-Dieter Schuh
07. Oktober 2010

- Häufiges Problem in der Geodäsie:
 - Einhängen eines geodätischen Netzes in ein Netz höherer Ordnung

- Häufiges Problem in der Geodäsie:
 - Einhängen eines geodätischen Netzes in ein Netz höherer Ordnung
- Problem: **Deformation an der Erdoberfläche**
 - häufig in Bergbauregionen
 - oftmals ruckartig und räumlich eingegrenzt

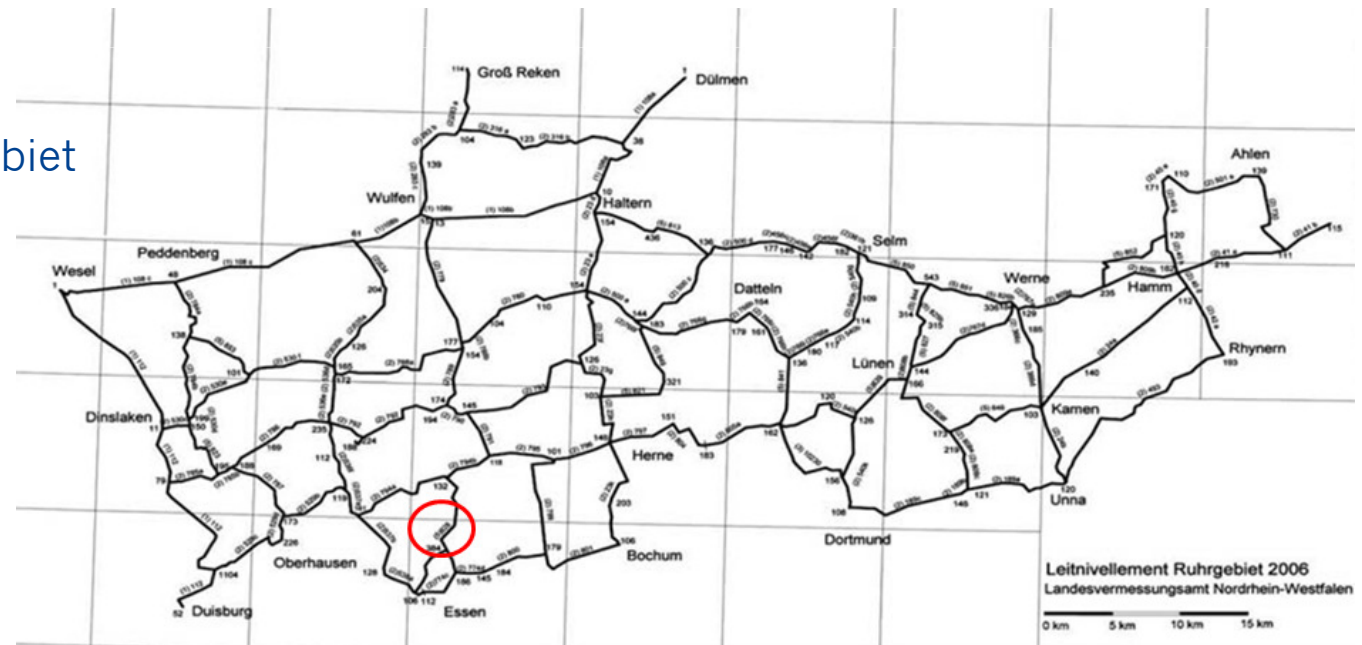
- Häufiges Problem in der Geodäsie:
 - Einhängen eines geodätischen Netzes in ein Netz höherer Ordnung
- Problem: **Deformation an der Erdoberfläche**
 - häufig in Bergbauregionen
 - oftmals ruckartig und räumlich eingegrenzt
- Punktauswahl:
 - **Punktidentitäten**
 - Welche Punkte sind über einen längeren Betrachtungszeitraum unbewegt?

- Ziel: Entwicklung eines **Detektionsverfahrens**
 - Identitätsmodell
 - Suche nach Punktidentitäten
- Problem: **Lagerung** des Höhennetzes
 - Detektionsverfahren muss unabhängig von Datumspunkt sein!

- Datengrundlage:
 - Überwachungsmessungen im Rahmen des Leitnivelements der GEOBasis NRW
 - Standard-Datenverarbeitung

6

- Leitnivelement Ruhrgebiet
- Datumspunkt in Essen-Stoppenberg



- Aufbau des Detektionsverfahrens
 - Zweistufiges Verfahren
 - Gauß-Markov-Modell mit Restriktionen



1. Auswertungsstufe	2. Auswertungsstufe
<i>Einzelepochenauswertung</i>	Ausgleich nach Bedingungen
<i>Freie Netzausgleichung</i> → Eindeutige Lagerung	<i>Hypothesentests</i> zur Detektion von Deformationen
Netzanalyse	<i>Algorithmen</i> zur Punktauswahl

- **1. Auswertungsstufe**
 - Einzelepochenausgleich

Modell:

Reduzierte Beobachtungen u. Verbesserungen $\rightarrow \Delta l + v = A \Delta x \leftarrow$ Parameterzuschläge

↑
Designmatrix

$$\Delta h_{ij} - \Delta h_{ij}^{(0)} = \Delta H_j - \Delta H_i$$

- **1. Auswertungsstufe**
 - Einzelepochenausgleich

Modell:

Reduzierte Beobachtungen u. Verbesserungen $\rightarrow \Delta l + v = A \Delta x \leftarrow$ Parameterzuschläge

↑
Designmatrix

$$\Delta h_{ij} - \Delta h_{ij}^{(0)} = \Delta H_j - \Delta H_i$$

Normalgleichungssystem:

$$N \widehat{\Delta x} = n$$

$$\begin{bmatrix} A_1^T \Sigma_{11}^{-1} A_1 & 0 & 0 & 0 & B_1 \\ 0 & A_2^T \Sigma_{22}^{-1} A_2 & 0 & 0 & B_2 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & A_p^T \Sigma_{pp}^{-1} A_p & B_p \\ B_1^T & B_2^T & \dots & B_p^T & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \widehat{\Delta x}_1 \\ \widehat{\Delta x}_2 \\ \vdots \\ \widehat{\Delta x}_p \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1^T \Sigma_{11}^{-1} \Delta l_1 \\ A_2^T \Sigma_{22}^{-1} \Delta l_2 \\ \vdots \\ A_p^T \Sigma_{pp}^{-1} \Delta l_p \\ b \end{bmatrix}$$

- **1. Auswertungsstufe**
 - Einzelepochenausgleich

Modell:

Reduzierte Beobachtungen u. Verbesserungen $\rightarrow \Delta l + v = A \Delta x \leftarrow$ Parameterzuschläge

↑
Designmatrix

$$\Delta h_{ij} - \Delta h_{ij}^{(0)} = \Delta H_j - \Delta H_i$$

Normalgleichungssystem:

$$N \widehat{\Delta x} = n$$

10

$$\Delta x_{datum}^{(k+1)} - \Delta x_{datum}^{(k)} = 0$$



$$\begin{bmatrix} A_1^T \Sigma_{11}^{-1} A_1 & 0 & 0 & 0 & B_1 \\ 0 & A_2^T \Sigma_{22}^{-1} A_2 & 0 & 0 & B_2 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & A_p^T \Sigma_{pp}^{-1} A_p & B_p \\ B_1^T & B_2^T & \dots & B_p^T & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \widehat{\Delta x}_1 \\ \widehat{\Delta x}_2 \\ \vdots \\ \widehat{\Delta x}_p \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1^T \Sigma_{11}^{-1} \Delta l_1 \\ A_2^T \Sigma_{22}^{-1} \Delta l_2 \\ \vdots \\ A_p^T \Sigma_{pp}^{-1} \Delta l_p \\ b \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \widehat{\Delta x}_i = (A_i^T \Sigma_{ii}^{-1} A_i)^{-1} A_i^T \Sigma_{ii}^{-1} \Delta l_i$$

$$\widehat{x}_i = x_0 + \widehat{\Delta x}_i$$

- 1. Auswertungsstufe
 - Einzelepochenausgleich

Modell:

Reduzierte Beobachtungen u. Verbesserungen $\rightarrow \Delta l + v = A \Delta x \leftarrow$ Parameterzuschläge

↑
Designmatrix

$$\Delta h_{ij} - \Delta h_{ij}^{(0)} = \Delta H_j - \Delta H_i$$

Normalgleichungssystem:

$$N \widehat{\Delta x} = n$$

$$\Delta x_{datum}^{(k+1)} - \Delta x_{datum}^{(k)} = 0$$



Verbesserung und empirischer Varianzfaktor der ersten Stufe:

$$\widehat{v} = A \widehat{x} - l$$

$$s_1^2 = \frac{\widehat{v}^T P \widehat{v}}{n - m + b}$$

$$\begin{bmatrix} A_1^T \Sigma_{11}^{-1} A_1 & 0 & 0 & 0 & B_1 \\ 0 & A_2^T \Sigma_{22}^{-1} A_2 & 0 & 0 & B_2 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & A_p^T \Sigma_{pp}^{-1} A_p & B_p \\ B_1^T & B_2^T & \dots & B_p^T & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \widehat{\Delta x}_1 \\ \widehat{\Delta x}_2 \\ \vdots \\ \widehat{\Delta x}_p \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1^T \Sigma_{11}^{-1} \Delta l_1 \\ A_2^T \Sigma_{22}^{-1} \Delta l_2 \\ \vdots \\ A_p^T \Sigma_{pp}^{-1} \Delta l_p \\ b \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \widehat{\Delta x}_i = (A_i^T \Sigma_{ii}^{-1} A_i)^{-1} A_i^T \Sigma_{ii}^{-1} \Delta l_i$$

$$\widehat{x}_i = x_0 + \widehat{\Delta x}_i$$

- **2. Auswertungsstufe**

- Rückführung auf Ausgleichung nach Bedingungen

Modell:

$$\Delta l + v = A\Delta x$$

$$C^T \Delta x = c$$

• 2. Auswertungsstufe

– Rückführung auf Ausgleichung nach Bedingungen

Modell:

$$\Delta l + v = A\Delta x$$

$$C^T \Delta x = c \quad \rightarrow$$



$$\Delta x_i^{(k+1)} - \Delta x_i^{(k)} = 0$$

Ausgleich nach Bedingungen mit folgender Bedingungsmatrix

41099000	01	...	41	...	42	01	...	41	...	42
4109900001	-1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
4109900041	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	1
4109900042	0	0	-1	0	0	0	0	1	0	0
	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0

13

• 2. Auswertungsstufe

– Rückführung auf Ausgleichung nach Bedingungen

Modell:

$$\Delta l + v = A\Delta x$$

$$C^T \Delta x = c \quad \rightarrow$$



$$\Delta x_i^{(k+1)} - \Delta x_i^{(k)} = 0$$

Ausgleich nach Bedingungen mit folgender Bedingungsmatrix

41099000	01	...	41	...	42	01	...	41	...	42
4109900001	-1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
4109900041	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	1
4109900042	0	0	-1	0	0	0	0	1	0	0
	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0

↑ ↑ ↑
 Auftransformation auf alle als identisch angenommenen Punkte

• 2. Auswertungsstufe

– Rückführung auf Ausgleichung nach Bedingungen

Modell:

$$\Delta l + v = A\Delta x$$

$$C^T \Delta x = c \quad \rightarrow$$



$$\Delta x_i^{(k+1)} - \Delta x_i^{(k)} = 0$$

Ausgleich nach Bedingungen mit folgender Bedingungsmatrix

41099000	01	...	41	...	42	01	...	41	...	42
4109900001	-1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
4109900041	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	1
4109900042	0	0	-1	0	0	0	0	1	0	0
	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0

Auftransformation auf alle als identisch angenommenen Punkte

Residuen:

$$r = -\Sigma\{\hat{\mathcal{X}}\}C(C^T\Sigma\{\hat{\mathcal{X}}\}C)^{-1}(C^T\hat{x} - c)$$

ausgeglichene Parameter in zweiter Stufe:

$$\widetilde{\Delta x} = \widehat{\Delta x} + r$$

$$\widetilde{x} = x_0 + \widetilde{\Delta x}$$

empirischer Varianzfaktor der zweiten Stufe:

$$s_2^2 = \frac{r^T Q \{\hat{\mathcal{X}}\}^{-1} r}{p}$$

- **Hypothesentest**

- Wiederholte Anwendung unter Verwendung eines speziellen Algorithmus

Nullhypothese und Alternativhypothese:

$$H_0 : C^T \Delta x = c \qquad H_A : C^T \Delta x \neq c$$



- **Hypothesentest**

- Wiederholte Anwendung unter Verwendung eines speziellen Algorithmus

Nullhypothese und Alternativhypothese:

$$H_0 : C^T \Delta x = c \qquad H_A : C^T \Delta x \neq c$$

Realisierung der Testgröße

über die empirischen Varianzfaktoren von erster und zweiter Stufe

$$t = \frac{s_2^2}{s_1^2} \sim \mathcal{F}_{p, n-m+b} \quad \leftarrow \text{Fisher-Verteilung}$$

n ... Anzahl Beobachtungen

m ... Anzahl Parameter

b ... Anzahl Datumsrestriktionen

p ... Anzahl Restriktionsgleichungen



- **Hypothesentest**

- Wiederholte Anwendung unter Verwendung eines speziellen Algorithmus

Nullhypothese und Alternativhypothese:

$$H_0 : C^T \Delta x = c \quad H_A : C^T \Delta x \neq c$$

Realisierung der Testgröße

über die empirischen Varianzfaktoren von erster und zweiter Stufe

$$t = \frac{s_2^2}{s_1^2} \sim \mathcal{F}_{p, n-m+b} \leftarrow \text{Fisher-Verteilung}$$

n ... Anzahl Beobachtungen

m ... Anzahl Parameter

b ... Anzahl Datumsrestriktionen

p ... Anzahl Restriktionsgleichungen

Hypothesentest:

Nullhypothese wird widerlegt, wenn

$$t > k_{1-\alpha}^{\mathcal{F}_{p, n-m+b}}$$

Quantil der Fisher-Verteilung mit entsprechenden Freiheitsgraden und festgelegtem Signifikanzniveau



Darstellung der

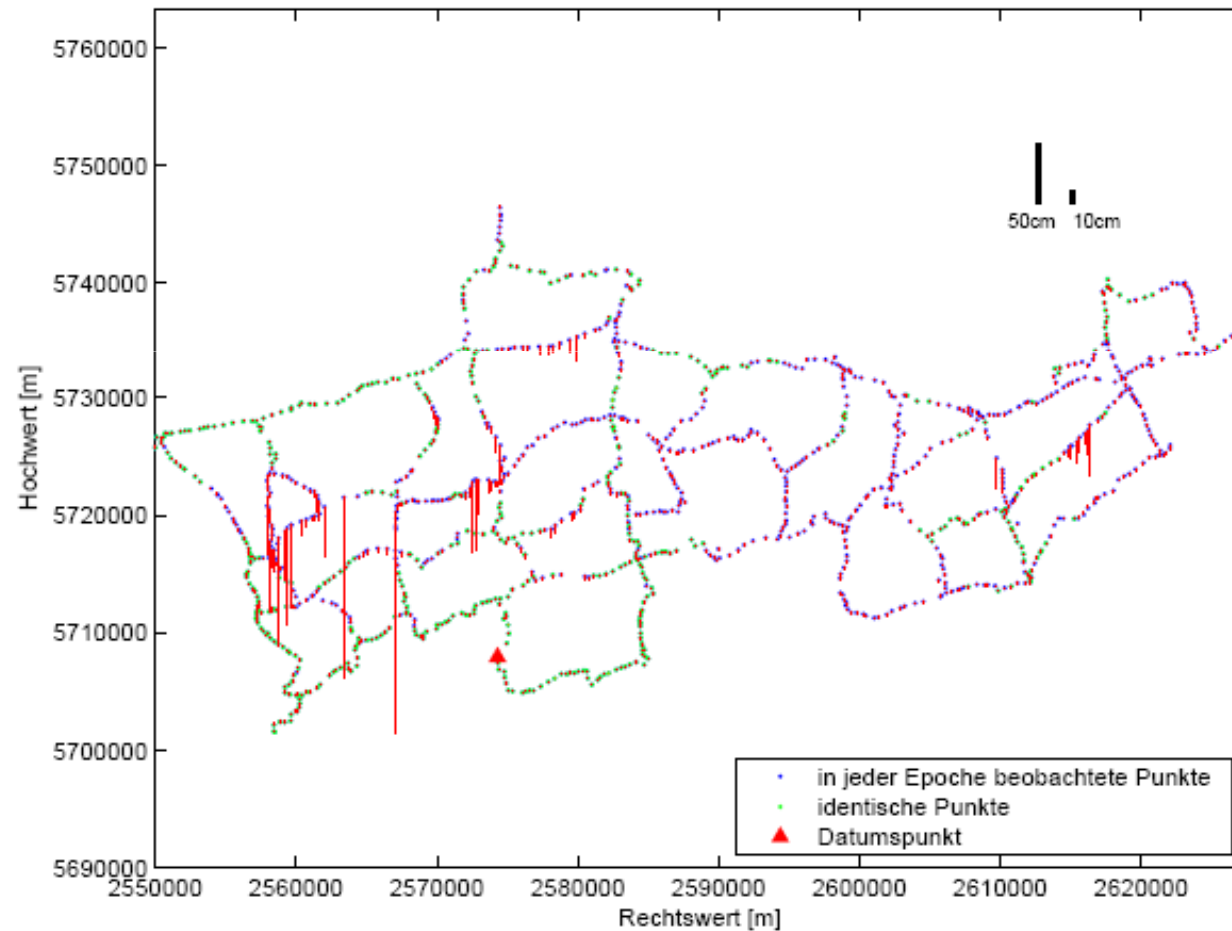
- Punktidentitäten (grün)
- Bewegten Punkte (blau)
- Betrag der Deformation

Epochen: 2004-2008

Datumspunkt:
4508900382

Signifikanzniveau: 95 %

→ Anzahl der
Punktidentitäten: 532
(von 1205 gemeinsamen
Punkten)



Signifikanzniveau: 99 %

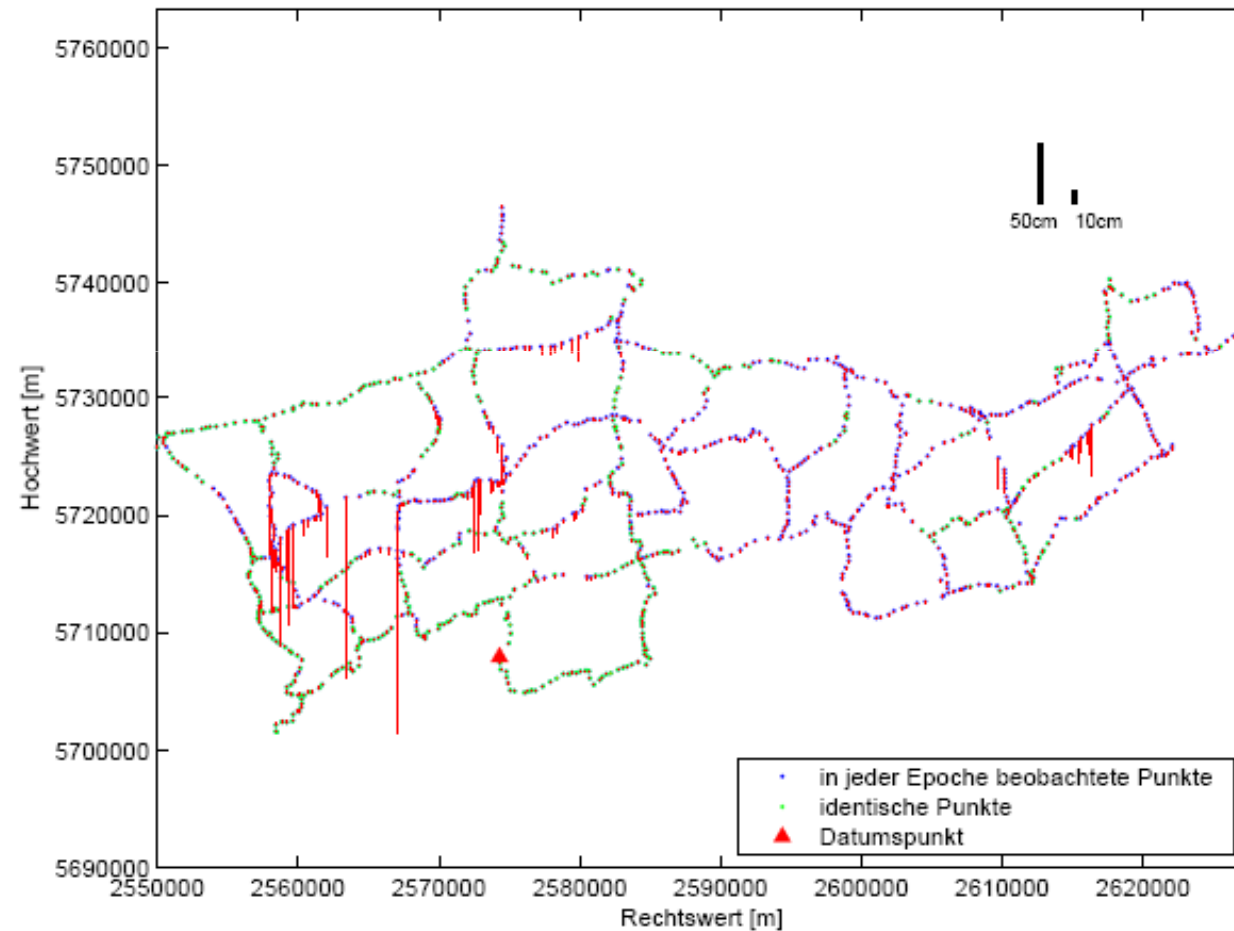
→ Anzahl der
Punktidentitäten: **587**
(von 1205 gemeinsamen
Punkten)

Epochen: 2004-2008

Datumspunkt:
4508900382

Signifikanzniveau: 95 %

→ Anzahl der
Punktidentitäten: **532**
(von 1205 gemeinsamen
Punkten)



- Erhöhung des Signifikanzniveaus
 - Anzahl der gefundenen Punktidentitäten steigt

Signifikanzniveau: 99 %

→ Anzahl der
Punktidentitäten: 587
(von 1205 gemeinsamen
Punkten)

Epochen: **2004-2008**

Datumspunkt:
4508900382

Signifikanzniveau: 95 %

→ Anzahl der
Punktidentitäten: 532
(von 1205 gemeinsamen
Punkten)

Signifikanzniveau: 99 %

→ Anzahl der
Punktidentitäten: **587**
(von 1205 gemeinsamen
Punkten)

Epochen: 2004-2008

Datumspunkt:
4508900382

Signifikanzniveau: 95 %

→ Anzahl der
Punktidentitäten: **532**
(von 1205 gemeinsamen
Punkten)

- Erhöhung des Signifikanzniveaus
 - Anzahl der gefundenen Punktidentitäten steigt



- Hypothesentest verliert an Sensitivität!
 - Annahmebereich vergrößert
 - Kleinere Abweichungen spielen weniger eine Rolle
 - Wahrscheinlichkeit für Fehler 2. Art wächst

Darstellung der

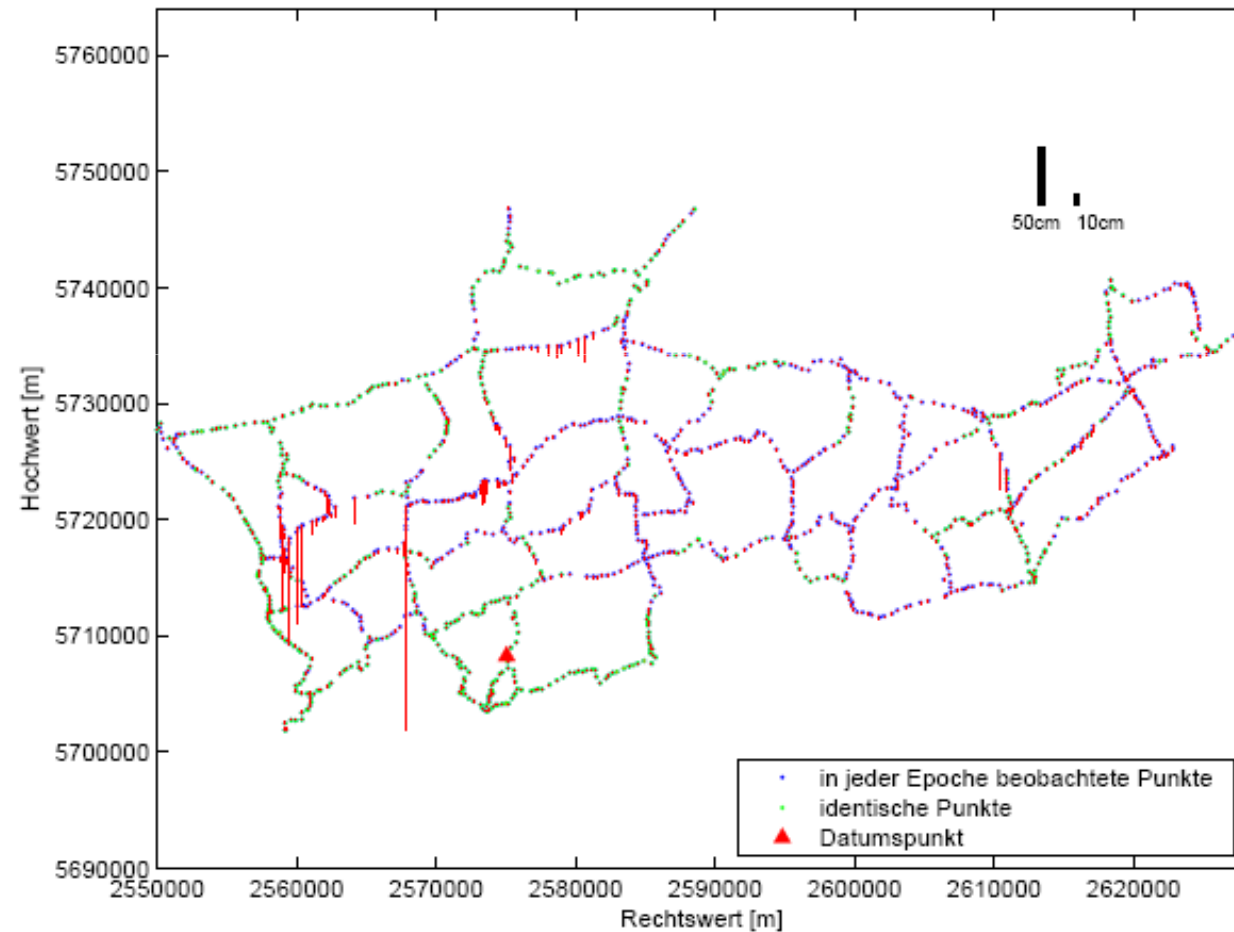
- Punktidentitäten (grün)
- Bewegten Punkte (blau)
- Betrag der Deformation

Epochen: 2006-2008

Datumspunkt:
4508900382

Signifikanzniveau: 95 %

→ Anzahl der
Punktidentitäten: 599
(von 1307 gemeinsamen
Punkten)



Darstellung der

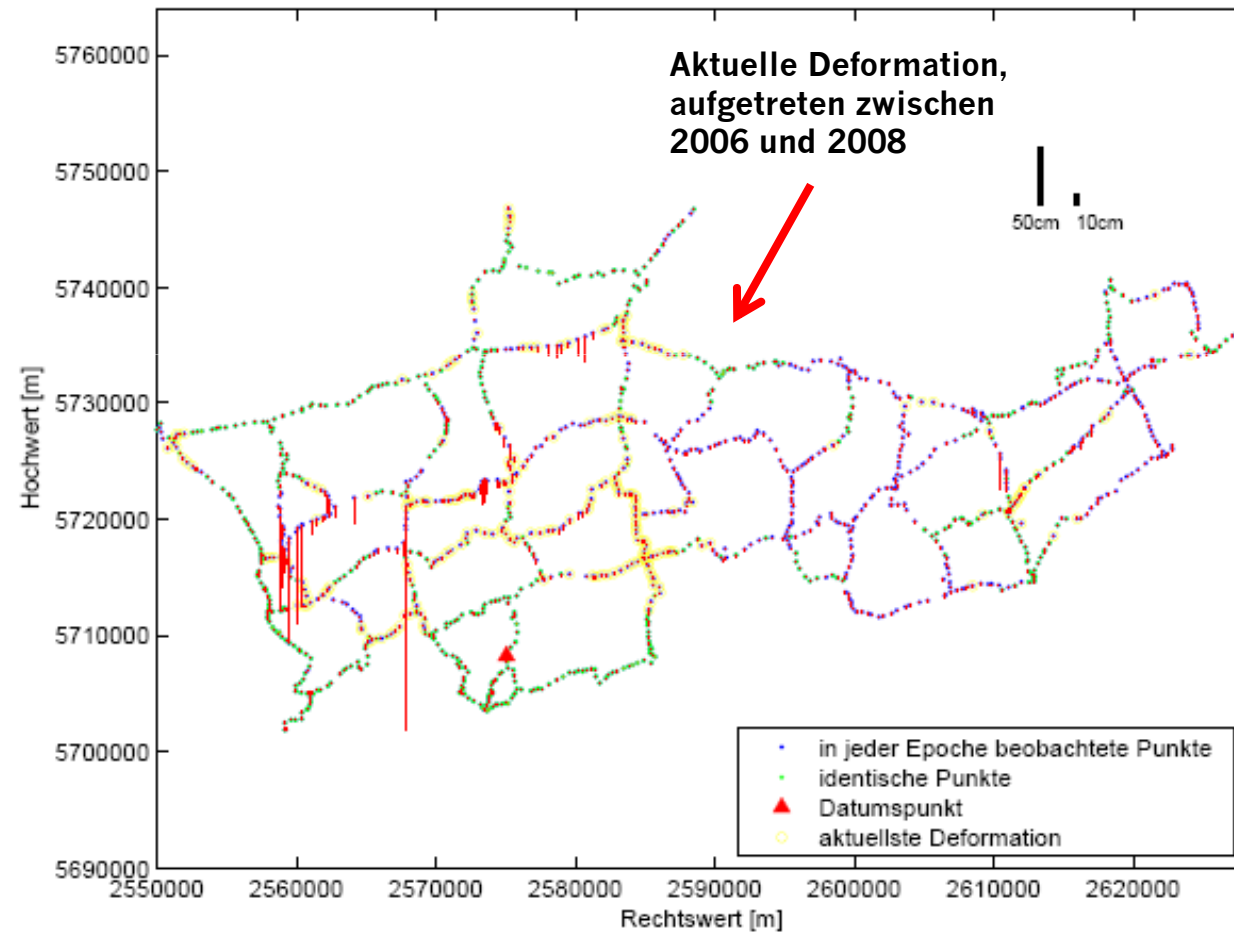
- Punktidentitäten (grün)
- Bewegten Punkte (blau)
- Betrag der Deformation

Epochen: 2006-2008

Datumspunkt:
4508900382

Signifikanzniveau: 95 %

→ Anzahl der
Punktidentitäten: 599
(von 1307 gemeinsamen
Punkten)



Fazit:

- Detektion von Punktidentitäten
 - durch strengen statistischen Test
 - Steuerung der Punktauswahl durch Algorithmus
 - Lokalisierung möglich!
 - Bedingte Aussage über Zeitpunkt der Deformation

- Ergebnis Ruhrgebiet:
 - flächenmäßig größte Deformation: 2002-2004
 - mehr Punktidentitäten im Westen des Ruhrgebietes
 - teilweise sprunghafte Senkungen im dm-Bereich

Ausblick:

- bisher noch keine Validierung
 - Möglichkeit über GPS-Permanentstationen

- Realisierung des bestmöglichen Festpunktnetzes über alle Punkte mit allen Epochen
 - unter Verwendung der Punktidentitäten

- Punktidentitäten
 - Einhängen in das Deutsche Gesamtnetz



Vielen Dank
für Ihre Aufmerksamkeit!